


МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ЗАХІДНОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Затверджую  
Декан факультету комп'ютерних  
інформаційних технологій  
  
Ігор ЯКИМЕНКО  
«30» серпня 2024 р.

Затверджую  
Проректор з науково-педагогічної  
роботи  
  
Віктор ОСТРОВЕРХОВ  
«30» серпня 2024 р.

Затверджую  
Директор навчально-наукового  
інституту новітніх освітніх  
технологій  
  
Святослав ПИТЕЛЬ  
«30» серпня 2024 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА  
з дисципліни

«Теорія ймовірностей і математична статистика»

Ступінь вищої освіти – бакалавр

Галузь знань – 05 Соціальні та поведінкові науки

Спеціальність – 051 Економіка

Освітньо-професійна програма – «Економічна кібернетика»

Кафедра прикладної математики

Форма навчання	Курс	Семестр	Лекції (год)	Практичні заняття (год)	ІРС	Тренінг, (год)	Самошт. робота студ. (год)	Разом (год)	Екзамен (семестр)
Денна	2	3	30	30	4	8	78	150	3
Заочна	2	3	8	4	—	—	138	150	4

Тернопіль – ЗУНУ  
2024

30.08.2024  


Робоча програма складена на основі освітньо-професійної програми «Економічна кібернетика» першого (бакалаврського) рівня вищої освіти за спеціальності 051 «Економіка», галузі знань 05 «Соціальні та поведінкові науки», затвердженої Вченою радою ЗУНУ (протокол № 10 від 23.06.2023 р.).

Робочу програму склав доцент кафедри прикладної математики, канд. ф.-м. н., Микола ШИНКАРИК

Робоча програма затверджена на засіданні кафедри прикладної математики, протокол №1 від 26.08.2024 р.

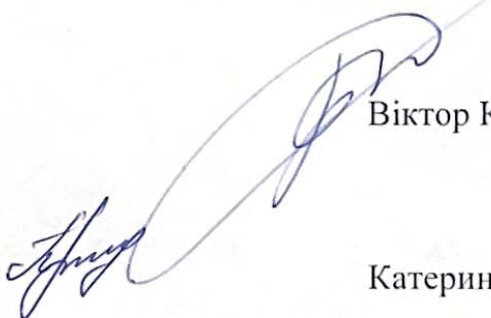
Зав. кафедри



Олеся МАРТИНЮК

Розглянуто та схвалено групою забезпечення спеціальності 051 Економіка, протокол №2 від 30.08. 2024 р.

Голова групи  
забезпечення спеціальності



Віктор КОЗІЮК

Гарант ОПП

Катерина ПРИШЛЯК

**СТРУКТУРА РОБОЧОЇ ПРОГРАМИ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ  
«Теорія ймовірностей та математична статистика»**

**1. Опис дисципліни «Теорія ймовірностей та математична статистика»**

Дисципліна – ТІМС	Галузь знань, спеціальність, освітньо-професійна програма, ступінь вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни
Кількість кредитів ECTS – 5	Галузь знань – 05 Соціальні та поведінкові науки	<b>Статус дисципліни</b> блок обов'язкових дисциплін, цикл загальної підготовки <b>Мова навчання</b> українська
Кількість залікових модулів - 5	Спеціальність – 051 Економіка	<b>Рік підготовки:</b> <i>Денна</i> – 2 <i>заочна</i> – 2 <b>Семестр:</b> <i>денна</i> – 3 <i>заочна</i> – 4
Кількість змістових модулів - 2	Освітньо-професійна програма – Економічна кібернетика	<b>Лекції:</b> <i>денна</i> – 30 год <i>заочна</i> – 8 год <b>Практичні заняття:</b> <i>денна</i> – 30 год <i>заочна</i> – 4 год
Загальна кількість годин – 150год.	Ступінь вищої освіти – бакалавр	<b>Самостійна робота:</b> <i>денна</i> – 78 год <i>заочна</i> – 138 год <b>Тренінг</b> <i>денна</i> – 8 год <b>Індивідуальна робота</b> <i>денна</i> – 4 год
Тижневих годин – 10 год, з них аудиторних – 4 год (лекції – 2 год, практичні заняття – 2 год)		<b>Вид підсумкового контролю:</b> <i>денна</i> – III семестр – іспит <i>заочна</i> – IV семестр – іспит

## **2. Мета і завдання вивчення дисципліни «ТІМС»**

### **2.1 Мета вивчення дисципліни.**

Метою вивчення дисципліни «ТІМС» є формування у студентів базових знань і практичних навичок з основ застосування імовірно-статистичного аналізу в процесі розв'язування теоретичних і практичних економічних задач.

Програма та тематичний план дисципліни орієнтовані на глибоке та ґрунтовне вивчення основ теорії ймовірностей та математичної статистики, а також розвиток логічного мислення студентів. Ця дисципліна відноситься до фундаментальних загальноекономічних дисциплін, які формують світогляд майбутніх спеціалістів і є основою вивчення економіко-математичного моделювання, а також економічних дисциплін (статистика, економічний аналіз, біржова справа, економетрія, інвестиційний менеджмент, страхування тощо).

Головним завданням курсу «ТІМС» є вивчення загальних закономірностей масових однорідних випробувань та стохастичних зв'язків між економічними кількісними показниками, а також їх використання в конкретних економічних дослідженнях. Оволодіння курсом повинно виробити у студентів навички практичного використання математичних методів, формул та таблиць в процесі розв'язування економічних задач.

Вивчення курсу передбачає наявність систематичних знань, цілеспрямованої роботи над вивченням математичної літератури, активної роботи на лекціях і практичних заняттях, самостійної роботи та виконання індивідуальних завдань.

### **2.2. Завдання вивчення дисципліни.**

У результаті вивчення дисципліни «ТІМС» студенти повинні знати основні визначення, теореми, правила, доведення теорем, а також усвідомлювати зв'язки між темами та розділами дисципліни.

Основними завданнями вивчення дисципліни «ТІМС» є:

- навчитись шукати, аналізувати та обробляти інформацію;
- виконувати якісний та кількісний математичний аналіз випадкових подій, випадкових величин та систем таких величин;
- проводити математичну обробку статистичних даних;
- здійснювати статистичні оцінки (точкові та інтервальні) параметрів генеральної сукупності;
- використовувати елементи кореляційного, регресійного та дисперсійного аналізу;
- використовувати результати досліджень при вивченні математичних моделей економічних задач;
- здійснювати перевірку статистичних гіпотез.

Завдання проведення лекцій полягає у:

- викладенні студентам у відповідності з програмою та робочим планом основних визначень, теорем, правил, доведенні теорем, звертаючи головну увагу на економічну інтерпретацію викладених понять та тверджень;
- сформувані у студентів цілісну систему теоретичних знань з курсу «ТІМС».

Завдання проведення практичних занять:

- засвоїти та закріпити теоретичні знання, одержані на лекціях;
- виробити практичні навички використання теорем про випадкові події та величини;
- навчитися практично здійснювати оцінювання: числових характеристик генеральної сукупності, невідомих законів розподілу, залежності однієї випадкової величини від іншої або кількох інших;
- здійснювати економічний аналіз отриманих результатів при розв'язуванні задач.
- виробити практичні навички у застосуванні імовірно-статистичного апарату для розв'язування теоретичних і практичних економічних задач.

### **2.3. Найменування та опис компетентностей, формування котрих забезпечує вивчення дисципліни ТІМС.**

- здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;
- здатність приймати обґрунтовані рішення.

#### **2.4. Передумови для вивчення дисципліни**

Зазначена дисципліна має статус обов'язкової. В структурно-логічній схемі навчання дисципліна «Теорія ймовірностей та математична статистика» розміщена на II-му курсі. Вивчення дисципліни передбачає наявність систематичних і ґрунтовних знань з вищої математики та інформаційно-комунікативних технологій, цілеспрямованої роботи над вивченням спеціальної літератури, активної роботи на лекціях та практичних заняттях, самостійної роботи.

#### **2.5. Програмні результати навчання**

В результаті вивчення дисципліни «Теорія ймовірностей та математична статистика» студент повинен вміти:

- застосовувати відповідні економіко-математичні методи та моделі для вирішення економічних задач;
- вміти використовувати дані, надавати аргументацію, критично оцінювати логіку та формувати висновки з наукових та аналітичних текстів з економіки.

### **3. Програма навчальної дисципліни «ТІМС»**

#### *Змістовний модуль 1. Теорія ймовірностей.*

##### ***Тема 1. Основні поняття теорії ймовірностей***

Події та їх види. Класичне означення ймовірності випадкової події. Властивості ймовірностей. Елементи комбінаторики в теорії ймовірностей. Відносна частота випадкової події. Статистична ймовірність. Операції над подіями (алгебра подій). Діаграми В'єна. Геометрична ймовірність.

##### ***Тема 2. Теореми множення і додавання ймовірностей та їх наслідки***

Умовна ймовірність. Теорема множення ймовірностей. Теореми додавання ймовірностей. Основна властивість подій, які утворюють повну групу. Алгоритми розв'язування задач з використанням теорем додавання та множення ймовірностей. Ймовірність появи хоча б однієї події. Ймовірність відбуття тільки однієї події. Формула повної ймовірності. Формули Байєса. Алгоритм розв'язування задач з використанням формул повної ймовірності та Байєса.

##### ***Тема 3. Повторні незалежні випробування***

Формула Бернуллі. Найімовірніше число появи події. Локальна формула Лапласа. Формула Пуассона. Інтегральна формула Лапласа. Ймовірність відхилення відносної частоти події від її постійної ймовірності. Алгоритм розв'язування задач для повторних незалежних випробувань.

##### ***Тема 4. Дискретні випадкові величини та їх числові характеристики***

Випадкові величини та їх види. Закон розподілу ймовірностей дискретної випадкової величини. Основні розподіли дискретних (цілочисельних) випадкових величин: рівномірний, біноміальний, Пуассонівський, геометричний, гіпергеометричний. Найпростіший потік подій. Дії над випадковими величинами. Числові характеристики дискретних випадкових величин та їх властивості (математичне сподівання, дисперсія, середньоквадратичне відхилення, початкові та центральні моменти). Числові характеристики біноміального та пуассонівського розподілів.

##### ***Тема 5. Неперервні випадкові величини та їх числові характеристики***

Функція розподілу ймовірностей і її властивості. Густина розподілу ймовірностей та її властивості. Числові характеристики неперервних випадкових величин.

##### ***Тема 6. Основні закони неперервних випадкових величин***

Нормальний закон: імовірнісний зміст параметрів розподілу; нормальна крива та вплив параметрів розподілу на її форму; ймовірність попадання у заданий інтервал; знаходження ймовірності заданого відхилення; правило трьох сигм. Закон рівномірного розподілу. Показниковий закон. Гамма-розподіл та розподіл Ерланга. Розподіл  $\chi^2$ -квадрат.

##### ***Тема 7. Системи випадкових величин***

Закон розподілу ймовірностей двовимірної дискретної випадкової величини. Функція розподілу двовимірної випадкової величини та її властивості. Густина розподілу ймовірностей двовимірної випадкової величини та її властивості. Умовні закони розподілу. Залежні і незалежні випадкові величини. Умовне математичне сподівання. Рівняння регресії. Числові характеристики системи двох випадкових величин. Кореляційний момент. Коефіцієнт кореляції. Система довільного скінченного числа випадкових величин. Кореляційна матриця. Нормальний закон розподілу двовимірної випадкової величини.

##### ***Тема 8. Функція випадкових величин***

Функція одного випадкового аргументу та її математичне сподівання. Логарифмічний нормальний закон та  $\chi^2$ -розподіл. Функції двох випадкових величин. Розподіл С'юдента, розподіл Фішера-Снедекора.

### **Тема 9. Закон великих чисел**

Лема та нерівність Чебишева. Теорема Чебишева (стійкість середніх). Теорема Бернуллі (стійкість відносних частот). Центральна гранична теорема Ляпунова.

### **Змістовний модуль 2. Математична статистика**

#### **Тема 10. Вступ в математичну статистику. Вибірковий метод**

Задачі математичної статистики. Генеральна та вибіркова сукупності. Способи утворення вибіркової сукупності. Статистичний розподіл вибірки. Емпірична функція розподілу та її властивості. Графічне зображення статистичних розподілів (полігон та гістограма). Числові характеристики вибірки. Числові характеристики сукупностей, що складається із груп.

#### **Тема 11. Статистичне оцінювання**

Точкові статистичні оцінки параметрів розподілу та їхні властивості. Оцінка середньої генеральної для простої вибірки (повторної та неповторної). Оцінка генеральної частки для простої вибірки. Середні квадратичні помилки простої вибірки. Виправлена дисперсія вибіркова. Інтервальні статистичні оцінки. Довірчі інтервали для оцінок  $\bar{X}_T$  та  $p$  для немалих і малих вибірок. Знаходження мінімального обсягу вибірки. Довірчі інтервали для  $D_z$  та  $\sigma_z$  у випадку малої вибірки.

#### **Тема 12. Перевірка статистичних гіпотез**

Статистичні гіпотези та їхні види. Статистичний критерій перевірки основної гіпотези. Потужність критерію. Параметричні статистичні гіпотези. Перевірка гіпотез про рівність дисперсій нормальних генеральних сукупностей. Критерій узгодженості Пірсона та Колмогорова (на прикладі перевірки гіпотези про нормальний закон розподілу). Критерій однорідності двох вибірок (критерій Смирнова).

#### **Тема 13. Елементи кореляційного і регресійного аналізу**

Поняття стохастичності та статистичної залежності, кореляції та регресії. Основні задачі кореляційного та регресійного аналізу. Лінійні емпіричні рівняння парної кореляції. Вибірковий коефіцієнт лінійної кореляції та його властивості. Оцінка достовірності емпіричних коефіцієнтів кореляції та регресії за даними вибірки. Нелінійна парна кореляція. Вибіркове кореляційне відношення та його властивості. Регресійний аналіз: парна та множинна лінійна регресія.

#### **Тема 14. Елементи дисперсійного аналізу**

Однофакторний дисперсійний аналіз. Поняття про двофакторний дисперсійний аналіз.

#### 4. Структура залікового кредиту дисципліни “ТІМС”

##### Денна форма навчання

Назва теми	Кількість годин					Контр. заходи
	Лекції	Практ. занят.	Самост. робота	Індив. робота	Тренінг	
<b>Змістовий модуль 1. Теорія ймовірностей</b>						
Тема1. Основні поняття теорії ймовірностей.	2	2	3	1	4	Початне опитування
Тема2. Теорема множення та додавання ймовірностей і їх наслідки.	4	4	4			
Тема 3. Повторні незалежні випробування.	4	2	4			
Тема 4. Дискретні випадкові величини та їх числові характеристики	2	4	4			
Тема 5. Неперервні випадкові величини та їх числові характеристики	4	4	4	1		
Тема 6. Основні закони неперервних випадкових величин	2	2	6			
Тема 7. Системи випадкових величин	1	2	7			
Тема 8. Функція випадкових величин	1		7			
Тема 9. Закон великих чисел	2	2	6			
<b>Змістовий модуль 2. Математична статистика</b>						
Тема 10. Вибірковий метод	2	2	6	2	4	Початне опитування,
Тема 11. Статистичне оцінювання	2	2	6			
Тема 12. Перевірка статистичних гіпотез	2	2	7			
Тема 13. Елементи кореляційного і регресійного аналізу	2	2	7			
Тема 14. Елементи дисперсійного аналізу			7			
Разом	<b>30</b>	<b>30</b>	<b>78</b>	<b>4</b>	<b>8</b>	



#### 4.2. Заочна форма навчання

Назва теми	Кількість годин		
	Лекції	Практ. занят.	Самост. робота
<i>Змістовний модуль 1. Теорія ймовірностей</i>			
Тема 1. Основні поняття теорії ймовірностей.	4	2	6
Тема 2. Теореми множення та додавання ймовірностей і їх наслідки.			10
Тема 3. Повторні незалежні випробування.			10
Тема 4. Дискретні випадкові величини та їх числові характеристики			10
Тема 5. Неперервні випадкові величини та їх числові характеристики			10
Тема 6. Основні закони неперервних випадкових величин			10
Тема 7. Системи випадкових величин			12
Тема 8. Функція випадкових величин			12
Тема 9. Закон великих чисел			10
<i>Змістовний модуль 2. Математична статистика</i>			
Тема 10. Вибірковий метод	4	2	10
Тема 11. Статистичне оцінювання			10
Тема 12. Перевірка статистичних гіпотез			10
Тема 13. Елементи кореляційного і регресійного аналізу			10
Тема 14. Елементи дисперсійного аналізу			8
Разом			<b>8</b>

**5. Тематика практичних занять**  
**Денна форма**  
Змістовий модуль 1. *Теорія ймовірностей*  
*Практичне заняття 1.*

**Тема 1. Основні поняття теорії ймовірності**

**Мета:** ознайомлення із видами подій, їх основними характеристиками; способами знаходження ймовірностей; основними формулами комбінаторики

**Питання для обговорення:**

1. Події та їх види.
2. Класичне означення ймовірності випадкової події. Властивості ймовірностей.
3. Елементи комбінаторики в теорії ймовірностей.
4. Відносна частота випадкової події. Статистична ймовірність.

*Практичне заняття 2-3*

**Тема 2. Теореми додавання і множення ймовірностей та їх наслідки.**

**Мета:** засвоїти дії над подіями, зрозуміти у чому полягають події, що є сумою чи добутком інших подій; вивчити основні теореми та наслідки з них для знаходження ймовірностей суми та добутку подій.

**Питання для обговорення:**

1. Операції над подіями (алгебра подій). Діаграми В'єна. Геометрична ймовірність.
2. Теореми множення ймовірностей для залежних та незалежних подій.
3. Теореми додавання ймовірностей для сумісних і несумісних подій.
4. Основна властивість подій, що утворюють повну групу.
5. Ймовірність відбуття хоча б однієї з подій.
6. Формула повної ймовірності.
7. Формули Байєса.

*Практичне заняття 4*

**Тема 3. Повторні незалежні випробування**

**Мета:** засвоєння основних ознак схеми Бернуллі, способів обчислення ймовірностей та оцінка ймовірності відхилення відносно частоти від теоретичної ймовірності.

**Питання для обговорення:**

1. Схема Бернуллі. Формула Бернуллі.
2. Локальна та інтегральна формули Лапласа.
3. Формула Пуассона.
4. Найімовірніша кількість появи події.
5. Ймовірність відхилення відносно частоти від ймовірності.

*Практичне заняття 5-6*

**Тема 4. Дискретні випадкові величини.**

**Мета:** ознайомлення з дискретними випадковими величинами, основними законами розподілу дискретних випадкових величин, їх числовими характеристиками.

**Питання для обговорення:**

1. Випадкові величини та їх види.
2. Закон розподілу ймовірностей дискретної випадкової величини.
3. Основні розподіли дискретних (цілочисельних) випадкових величин: біноміальний, пуассонівський, рівномірний, геометричний, гіпергеометричний.
4. Дії над дискретними випадковими величинами.
5. Математичне сподівання, дисперсія, середньоквадратичне відхилення, початкові та центральні моменти.
6. Числові характеристики біноміального розподілу.

## Практичне заняття 7-8

### Тема 5. Неперервні випадкові величини.

**Мета:** ознайомитись з основними способами задання та властивостями неперервних випадкових величин, їх числовими характеристиками.

#### Питання для обговорення:

1. Функція розподілу ймовірностей, густина розподілу, їх взаємозв'язок та властивості.
2. Математичне сподівання. Дисперсія, середньо-квадратичне відхилення. Початкові та центральні моменти.

## Практичне заняття 9

### Тема 6. Закони розподілу неперервних випадкових величин.

**Мета:** ознайомитись з основними законами неперервних випадкових величин, їх основними властивостями та практичним застосуванням у дослідженнях.

#### Питання для обговорення:

1. Рівномірний, нормальний, показниковий та їх числові характеристики.
2. Імовірність попадання в інтервал та відхилення від свого математичного сподівання нормально розподіленої випадкової величини.

## Практичне заняття 10

### Тема 7. Системи випадкових величин

**Мета:** ознайомитись з законом розподілу двовимірної випадкової величини, розрізнити залежні та незалежні випадкові величини, вміти знаходити числові характеристики..

#### Питання для обговорення:

1. Закон розподілу ймовірностей двовимірної дискретної випадкової величини.
2. Функція розподілу двовимірної випадкової величини та її властивості. Густина розподілу ймовірностей двовимірної випадкової величини та її властивості.
3. Умовні закони розподілу. Залежні і не залежні випадкові величини.
4. Умовне математичне сподівання.
5. Нормальний закон розподілу двовимірної випадкової величини.

## Практичне заняття 11

### Тема 9. Закон великих чисел.

**Мета:** ознайомитись з основними теоремами закону великих чисел, вміти застосовувати їх для оцінки ймовірностей випадкових величин.

#### Питання для обговорення:

1. Лема та нерівність Чебишева.
2. Теорема Чебишева (стійкість середніх).
3. Теорема Бернуллі (стійкість відносних частот).
4. Центральна гранична теорема Ляпунова.

## Змістовний модуль 2. Математична статистика

## Практичне заняття 12

### Тема 10. Вибірковий метод.

**Мета:** засвоїти способи пошуку інформації, її обробки, задання, аналізу, знаходження основних показників, що характеризують стан фінансових систем.

#### Питання для обговорення:

1. Задачі математичної статистики.
2. Генеральна та вибірка сукупності. Способи утворення вибіркової сукупності.
3. Статистичний розподіл вибірки.
4. Емпірична функція розподілу та її властивості.
5. Графічне зображення статистичних розподілів (полігон та гістограма).
6. Числові характеристики вибірки.
7. Числові характеристики сукупностей, що складається із груп.

### Практичне заняття 13

#### Тема 11. Статистичні оцінки параметрів розподілу.

**Мета:** ознайомитись з точковими та інтервальними характеристиками вибірки, їх властивостями.

##### Питання для обговорення:

1. Точкові статистичні оцінки та їх властивості.
2. Оцінка середньої генеральної для простої вибірки (повторної і без повторної).
3. Оцінки генеральної частки для простої вибірки (повторної і безповторної).
4. Середні квадратичні помилки простої вибірки.
5. Виправлена дисперсія вибіркова.
6. Довірчий інтервал для оцінки  $\bar{x}$ , та  $p$  для немалих і малих вибірок.
7. Знаходження мінімального обсягу вибірки.

### Практичне заняття 14

#### Тема 12. Перевірка статистичних гіпотез.

**Мета:** вміти будувати та перевіряти основні гіпотези щодо виду розподілу, величини основних характеристик, вміти застосовувати результати перевірки щодо прийняття економічних рішень.

##### Питання для обговорення:

1. Статистичні гіпотези, помилки 1-го і 2-го родів.
2. Критичні точки і критична область.
3. Критерій згоди Пірсона (Хі-квадрат).

### Практичне заняття 15

#### Тема 13. Елементи кореляційного та регресійного аналізу.

**Мета:** ознайомитись з поняттям статистичної, функціональної та кореляційної залежностей, вміти будувати рівняння регресій та оцінювати адекватність побудованої залежності.

##### Питання для обговорення:

1. Функціональна та кореляційна залежності.
2. Рівняння регресії за незгрупованими та згрупованими даними.
3. Коефіцієнт кореляції та його властивості.

### Заочна форма.

#### Змістовий модуль 1. Теорія ймовірностей

##### Практичне заняття 1.

#### Тема 1. Основні поняття теорії ймовірності

**Мета:** ознайомлення із видами подій, їх основними характеристиками; способами знаходження ймовірностей; основними формулами комбінаторики

##### Питання для обговорення:

1. Події та їх види.
2. Класичне означення ймовірності випадкової події. Властивості ймовірностей.
3. Елементи комбінаторики в теорії ймовірностей.
4. Відносна частота випадкової події. Статистична ймовірність.

#### Тема 2. Теореми додавання і множення ймовірностей та їх наслідки.

**Мета:** засвоїти дії над подіями, зрозуміти у чому полягають події, що є сумою чи добутком інших подій; вивчити основні теореми та наслідки з них для знаходження ймовірностей суми та добутку подій.

##### Питання для обговорення:

1. Операції над подіями (алгебра подій). Діаграми В'єна. Геометрична ймовірність.
2. Теореми множення ймовірностей для залежних та незалежних подій.
3. Теореми додавання ймовірностей для сумісних і несумісних подій.
4. Основна властивість подій, що утворюють повну групу.
5. Формула повної ймовірності.

6. Формули Байєса.

### **Тема 3. Повторні незалежні випробування**

**Мета:** засвоєння основних ознак схеми Бернуллі, способів обчислення імовірностей та оцінка імовірності відхилень відносно частоти від теоретичної імовірності.

#### **Питання для обговорення:**

1. Схема Бернуллі. Формула Бернуллі.
2. Локальна та інтегральна формули Лапласа.
3. Формула Пуассона.
4. Найімовірніша кількість появи події.
5. Імовірність відхилення відносно частоти від ймовірності.

### **Тема 4. Дискретні випадкові величини.**

**Мета:** ознайомлення з дискретними випадковими величинами, основними законами розподілу дискретних випадкових величин, їх числовими характеристиками.

#### **Питання для обговорення:**

1. Випадкові величини та їх види.
2. Закон розподілу ймовірностей дискретної випадкової величини.
3. Основні розподіли дискретних (цілочисельних) випадкових величин: біноміальний, пуассонівський, рівномірний, геометричний, гіпергеометричний.
4. Дії над дискретними випадковими величинами.
5. Математичне сподівання, дисперсія, середньоквадратичне відхилення, початкові та центральні моменти.
6. Числові характеристики біноміального розподілу.

### **Тема 5. Неперервні випадкові величини.**

**Мета:** ознайомитись з основними способами задання та властивостями неперервних випадкових величин, їх числовими характеристиками.

#### **Питання для обговорення:**

1. Функція розподілу імовірностей, густина розподілу, їх взаємозв'язок та властивості.
2. Математичне сподівання. Дисперсія, середньо-квадратичне відхилення. Початкові та центральні моменти.

### **Тема 6. Закони розподілу неперервних випадкових величин.**

**Мета:** ознайомитись з основними законами неперервних випадкових величин, їх основними властивостями та практичним застосуванням у дослідженнях.

#### **Питання для обговорення:**

1. Рівномірний, нормальний, показниковий та їх числові характеристики.
2. Імовірність попадання в інтервал та відхилення від свого математичного сподівання нормально розподіленої випадкової величини.

### **Тема 7. Системи випадкових величин**

**Мета:** ознайомитись з законом розподілу двовимірної випадкової величини, розрізніти залежні та незалежні випадкові величини, вміти знаходити числові характеристики..

#### **Питання для обговорення:**

1. Закон розподілу ймовірностей двовимірної дискретної випадкової величини.
2. Функція розподілу двовимірної випадкової величини та її властивості. Густина розподілу ймовірностей двовимірної випадкової величини та її властивості.
3. Умовні закони розподілу. Залежні і не залежні випадкові величини.
4. Умовне математичне сподівання.
5. Нормальний закон розподілу двовимірної випадкової величини.

### **Тема 9. Закон великих чисел.**

**Мета:** ознайомитись з основними теоремами закону великих чисел, вміти застосовувати їх для оцінки імовірностей випадкових величин.

#### **Питання для обговорення:**

1. Лема та нерівність Чебишева.
2. Теорема Чебишева (стійкість середніх).
3. Теорема Бернуллі (стійкість відносних частот).
4. Центральна гранична теорема Ляпунова.

**Тема 10. Вибірковий метод.**

**Мета:** засвоїти способи пошуку інформації, її обробки, задання, аналізу, знаходження основних показників, що характеризують стан фінансових систем.

**Питання для обговорення:**

8. Задачі математичної статистики.
9. Генеральна та вибірка сукупності. Способи утворення вибіркової сукупності.
10. Статистичний розподіл вибірки.
11. Емпірична функція розподілу та її властивості.
12. Графічне зображення статистичних розподілів (полігон та гістограма).
13. Числові характеристики вибірки.
14. Числові характеристики сукупностей, що складається із груп.

**Тема 11. Статистичні оцінки параметрів розподілу.**

**Мета:** ознайомитись з точковими та інтервальними характеристиками вибірки, їх властивостями.

**Питання для обговорення:**

8. Точкові статистичні оцінки та їх властивості.
9. Оцінка середньої генеральної для простої вибірки (повторної і без повторної).
10. Оцінки генеральної частки для простої вибірки (повторної і неповторної).
11. Середні квадратичні помилки простої вибірки.
12. Виправлена дисперсія вибірка.
13. Довірчий інтервал для оцінки  $\bar{x}_r$  та  $p$  для немалих і малих вибірок.
14. Знаходження мінімального обсягу вибірки.

**Тема 12. Перевірка статистичних гіпотез.**

**Мета:** вміти будувати та перевіряти основні гіпотези щодо виду розподілу, величини основних характеристик, вміти застосовувати результати перевірки щодо прийняття економічних рішень.

**Питання для обговорення:**

4. Статистичні гіпотези, помилки 1-го і 2-го родів.
5. Критичні точки і критична область.
6. Критерій згоди Пірсона (Хі-квадрат).

**Тема 13. Елементи кореляційного та регресійного аналізу.**

**Мета:** ознайомитись з поняттям статистичної, функціональної та кореляційної залежностей, вміти будувати рівняння регресій та оцінювати адекватність побудованої залежності.

**Питання для обговорення:**

1. Функціональна та кореляційна залежності.
2. Рівняння регресії за незгрупованими та згрупованими даними.
3. Коефіцієнт кореляції та його властивості.

## 6. Самостійна робота

Для набуття умінь самостійного мислення і самоконтролю у студентів особливе значення має виконання ними самостійної роботи. Самостійна робота студентів передбачає виконання обов'язкових індивідуальних завдань, які містять задачі з кожної теми.

Завдання для самостійної роботи виконуються самостійно кожним студентом згідно розподілених варіантів та методичних рекомендацій [16] – [20].

При виконанні самостійної роботи студент може використовувати підручники з теорії ймовірностей та математичної статистики, відповідні методичні вказівки, комп'ютерну техніку.

Оцінювання самостійної роботи студентів передбачає визначення рівня теоретичних знань та практичних умінь і навичок розв'язування конкретних математичних та економічних задач після вивчення певної завершеної частини навчального матеріалу з навчальної

дисципліни (змістового модуля). Таке оцінювання проводиться двічі на семестр після вивчення відповідних тем змістового модуля «Теорія ймовірностей» та змістового модуля «Математична статистика». Кожна частина завдань самостійної роботи навчальної дисципліни оцінюється від 1 до 100 балів залежно від кількості виконаних задач, повноти виконання, кількості допущених помилок.

Критерії оцінювання частини завдань самостійної роботи:

90–100 балів – усі завдання виконано вірно, наведено теоретичне обґрунтування розв’язків, наведено висновки щодо отриманих результатів обчислень.

75–89 балів – усі завдання виконано, допускаються незначні помилки при розв’язанні практичних завдань, недостатньо обґрунтовані результати обчислень.

60–74 бали – завдання виконані із помилками або лише частково виконані завдання.

1–59 балів – обсяг виконання завдань низький, припускається значних помилок у розрахунках при розв’язанні практичних завдань роботи; відсутнє обґрунтування результатів обчислень.

Загальна оцінка за самостійну роботу визначається як середнє арифметичне двох оцінок, отриманих під час оцінювання результатів самостійної роботи студентів у відповідності до змістових модулів дисципліни.

## 7. Тренінг з дисципліни

Мета тренінгу з дисципліни «Теорія ймовірностей та математична статистика» – формування у студентів практичних навичок та вмінь застосовувати стохастичні методи для розв’язування економічних задач, вироблення у студентів здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу, до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел, засвоєння знань з теорії ймовірностей та математичної статистики та їх застосування для розв’язування конкретних математичних та економічних задач.

Проведення тренінгу дозволяє: забезпечити практичне засвоєння теоретичних знань, отриманих у процесі вивчення дисципліни «Теорія ймовірностей та математична статистика»; виробити у студентів навички вибору математичних методів для проведення економіко-математичного аналізу.

Тематика: Застосування методів ТМС для розв’язування економічних задач.

Порядок проведення:

1. Здійснити групування заданих статистичних даних великого обсягу.
2. Провести статистичне оцінювання числових характеристик генеральної сукупності.
3. Оцінити закон розподілу числової ознаки генеральної сукупності і здійснити статистичну перевірку висунутої статистичної гіпотези.
4. На підставі отриманої оцінки закону розподілу сформулювати остаточні висновки стосовно: якісному менеджменту організацій, керуючись визначеними фінансовими показниками, стану фінансової системи, ризиків втрат тощо.

Для отримання потрібної інформації використати сайти: <https://www.me.gov.ua>, <https://www.bank.gov.ua/>, <https://www.knoema.com/>.

Під час проведення тренінгу студенти виконують завдання з окремих тем дисципліни.

Критерії оцінювання завдання:

90-100 балів – студент повністю виконав завдання (дав відповіді на теоретичні питання і розв’язав задачу повністю, може обґрунтувати її розв’язок).

75-89 балів – студент повністю виконав завдання, але при висвітленні теоретичних питань або при розв’язуванні допустив незначні помилки.

60-74 бали – студент виконав завдання, але не може самостійно зробити відповідні обґрунтування отриманих результатів, не може зробити правильних висновків при розв’язуванні економічних задач.

1-59 балів – студент виконав завдання частково або із суттєвими помилками, не знає відповідей на теоретичні питання, не вміє пояснити розв’язування виконаних ним практичних завдань, не може зробити жодних висновків при розв’язуванні економічних задач.

Загальна оцінка студента за роботу під час тренінгу визначається як середнє арифметичне з оцінок, отриманих за виконання завдань на тренінгу.

## 8. Методи навчання

У навчальному процесі застосовуються: лекції, практичні та індивідуальні заняття, консультації, самостійна робота, поточне опитування, тестування, тренінг.

## 9. Засоби оцінювання та методи демонстрування результатів навчання.

У процесі вивчення дисципліни «ТІМС» використовуються такі засоби оцінювання та методи демонстрування результатів навчання:

- поточне опитування, тестування;
- оцінювання результатів модульної контрольної роботи;
- оцінювання результатів ректорської контрольної роботи;
- оцінювання результатів самостійної роботи студентів;
- екзамен.

## 10. Політика оцінювання

Політика щодо дедлайнів і перескладання: для виконання індивідуальних завдань і проведення контрольних заходів встановлюються конкретні терміни. Перескладання модулів відбувається з дозволу дирекції факультету за наявності поважних причин (наприклад, лікарняний).

Політика щодо академічної доброчесності: використання друкованих і електронних джерел інформації під час контрольних заходів та екзаменів заборонено.

Політика щодо відвідування: відвідування занять є обов'язковим компонентом оцінювання. За об'єктивних причин (наприклад, карантин, військовий стан, хвороба, закордонне стажування) навчання може відбуватись в он-лайн формі за погодженням із керівником курсу з дозволу дирекції факультету.

## 11. Критерії, форми поточного та підсумкового контролю

Підсумковий бал (за 100-бальною шкалою) з дисципліни «ТІМС» визначається як середньозважена величина, залежно від питомої ваги кожної складової залікового кредиту:

Модуль 1		Модуль 2		Модуль 3	Модуль 4	Модуль 5
10%	10%	10%	10%	5%	15%	40%
Поточне оцінювання	Модульний контроль 1	Поточне оцінювання	Модульний контроль 2	Тренінги	Самостійна робота	Екзамен
Визначається як середнє арифметичне з оцінок, отриманих під час занять. Опитування проводиться з тем 1-4. Кожний здобувач повинен отримати 3-4 оцінки.	Модульна робота – макс. 100 балів: 4 задачі по макс. 25 бали за кожна.	Визначається як середнє арифметичне з оцінок, отриманих під час занять. Опитування проводиться з тем 5-10. Кожний здобувач повинен отримати 3-4 оцінки.	Модульна робота – макс. 100 балів: 4 задачі по макс. 25 бали за кожна.	Визначається як середнє арифметичне з оцінок, отриманих за виконання завдань на тренінгу	Визначається як середнє арифметичне з оцінок, отриманих під час вивчення дисципліни за виконання завдань самостійної роботи	Теоретичні питання – макс. 10 балів (10 тестів по 1 балу), 3 задачі по макс. 30 балів за кожна.

## Форми і критерії оцінювання

### Поточне опитування під час заняття:

При поточному опитуванні під час занять передбачається оцінювання теоретичних знань та практичних умінь і навичок, які здобувач набув після опанування певної теми дисципліни. Таке опитування може проводитися в тестовій або усній формі.

### Критерії оцінювання:



90-100 бали – у повному обсязі володіє навчальним матеріалом, вільно самостійно та аргументовано його викладає під час відповідей, застосовує теоретичні знання до розв’язування тестових та практичних завдань.

76-89 бали – достатньо повно володіє навчальним матеріалом, але при викладанні деяких питань не вистачає достатньої глибини та аргументації, допускаються при цьому окремі несуттєві неточності та незначні помилки обчислень.

60-74 бали – в цілому володіє навчальним матеріалом та викладає його основний зміст, але без глибокого всебічного аналізу, допускаючи окремі суттєві неточності та помилки при розв’язуванні задач.

1-59 бали – не в повному обсязі володіє навчальним матеріалом, фрагментарно (без аргументації та обґрунтування) його викладає, недостатньо розкриває зміст теоретичних питань та практичних завдань, допускає суттєві помилки при розв’язуванні практичних завдань.

Модульна робота:

Критерії оцінювання задачі:

90-100 балів – отримав правильну відповідь і навів повне обґрунтування розв’язання. В процесі розв’язування припустився помилки обчислювального або логічного (при обґрунтуванні) характеру.

76-89 балів – суттєво наблизився до правильного кінцевого результату або в результаті знайшов лише частину правильної відповіді. Отримані результати недостатньо обґрунтовані або розв’язання містить незначні недоліки.

60-74 бали – розпочав розв’язувати правильно, але в процесі розв’язування припустився помилки в застосуванні необхідного твердження чи формули.

1-59 балів – лише почав правильно розв’язувати завдання або виконання завдання містить суттєві помилки.

Екзамен – вид підсумкового контролю, при якому засвоєння студентом теоретичного та практичного матеріалу оцінюється від 0 до 100 балів як сума балів за виконанні завдання. Екзаменаційний білет складається із:

*теоретичні питання:* 10 тестових питань по 1 балу, за правильну відповідь на які студент може отримати від 0 до 10 балів.

*задачі:* 3 задачі, за правильне розв’язання кожної із яких студент може отримати від 0 до 30 балів.

23–30 балів – отримав правильну відповідь і навів повне обґрунтування розв’язання. Допускаються незначні недоліки при обґрунтуванні розв’язку. В процесі розв’язування припустився помилки обчислювального або логічного (при обґрунтуванні) характеру.

15–22 балів – суттєво наблизився до правильного кінцевого результату або в результаті знайшов лише частину правильної відповіді.

7–14 балів – розпочав розв’язувати правильно, але в процесі розв’язування припустився помилки в застосуванні необхідного твердження чи формули.

0–6 балів – лише почав правильно розв’язувати завдання або почав неправильно.

Шкала оцінювання:

За шкалою університету	За національною шкалою	За шкалою ECTS
90–100	відмінно	<b>A</b> (відмінно)
85–89	добре	<b>B</b> (дуже добре)
75–84		<b>C</b> (добре)
65–74	задовільно	<b>D</b> (задовільно)
60–64		<b>E</b> (достатньо)
35–59	незадовільно	<b>FX</b> (незадовільно з можливістю повторного складання)
1–34		<b>F</b> (незадовільно з обов’язковим повторним курсом)

## 12. Інструменти, обладнання та програмне забезпечення, використання яких передбачає навчальна дисципліна

№	Найменування	Номер теми
1.	Мультимедійний проектор	1–14
2.	Проекційний екран	1–14
3.	Комунікаційне програмне забезпечення (Internet Explorer, Opera, Google Chrome, Firefox)	1–14
4.	Наявність доступу до мережі Інтернет	1–14
5.	Персональні комп'ютери	1–14
6.	Комунікаційне програмне забезпечення (Zoom) для проведення занять у режимі он-лайн (за необхідності)	1–14
7.	Комунікаційна навчальна платформа (Moodle) для організації дистанційного навчання (за необхідності)	1–14
8.	Система динамічної математики Geogebra	1–14
9.	Інструменти Open Office (Word; Excel; Power Point і т. і.)	1–14
10.	Google Forms, Google Sheets	1–14

### РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ

1. Єрмоєнко В. О., Шинкарик М. І. Теорія ймовірностей. Навчальний посібник для студентів економічних спеціальностей. Тернопіль: Економічна думка, 2000. 176 с.
2. Єрмоєнко В. О., Шинкарик М. І. Математична статистика. Навчальний посібник для студентів економічних спеціальностей. Тернопіль: Економічна думка, 2002. 248 с.
3. Алілуйко А.М. Практикум з теорії ймовірностей та математичної статистики: навч. посібник для студентів економічних спеціальностей (видання II) / А.М.Алілуйко, Н.В.Дзюбановська, В.О. Єрмоєнко, О.М.Мартинюк, М.І. Шинкарик. Тернопіль: Підручники і посібники, 2023. 352с.
4. Теорія ймовірностей: розрахункова робота (Електронний ресурс ): навчальний посібник / уклад.: І. Ю. Каніовська, О. В. Стусь. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. 87 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/30757>
5. Теорія ймовірностей і математична статистика: практикум для студентів / О. Б. Білоцерківський. —Харків: НТУ «ХП», 2018. 170 с. [Архівовано 8 червня 2020 у Wayback Machine.] Електронний ресурс. <http://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/37094>
6. Жлуктенко В. І., Наконечний С. І. Теорія ймовірностей і математична статистика: Навч. методичний посібник у 2-х ч. – ч. I Теорія ймовірностей. К.: КНЕУ, 2000. 304с.
7. Жлуктенко В. І., Наконечний С. І. Теорія ймовірностей і математична статистика: Навч. методичний посібник у 2-х ч. – ч. II Математична статистика. К.: КНЕУ, 2003. 316с.
8. Павлова Л., Дітчук Р. Елементи комбінаторики і стохастики. Тернопіль, Підручники і посібники, 2005. 160 с.
9. Ластівка І. О., Мартиненко В. П., Паламарчук Ю. А., Шевченко І. В. Вища математика. Модуль8. Теорія ймовірностей. Випадкові події: Навч. посібник.. К.: Книжкове виробництво НАУ, 2006. 108 с.
10. Ластівка І. О., Мартиненко В. П., Паламарчук Ю. А., Шевченко І. В. Вища математика. Модуль9. Теорія ймовірностей. Випадкові величини: Навч. посібник.. К.: Книжкове виробництво НАУ, 2007. 164 с.
11. Ластівка І. О., Мартиненко В. П., Паламарчук Ю. А., Шевченко І. В. Вища математика. Модуль10. Математична статистика: Навч. посібник.. К.: Книжкове виробництво НАУ, 2007. 100 с
12. Практикум з теорії ймовірностей та математичної статистики: Навч. посіб. для студ. вищ. закл./ Р. К. Чорней, .О. Ю. Дюженкова, О. Б. Жильцов та ін.; За ред. Р. К. Чорнея. К.: МАУП, 2003. 328 с.
13. Толбатов Ю. А. Статистичний аналіз засобами Excel: К.: НДІ Укragenпромпродуктивність». 2011.319 с.
14. А. Т. Мармоза Практикум з математичної статистики: Навч. Посіб. К.: Кондор, 2004. 264 с.

15. Фінансово-банківська статистика. Практикум: Навч. посібник / П. Г. Вашків, П. І. Пастер, В. П. Сторожук, Є. І. Ткач; за ред. Є. І. Ткача. К.: Либідь. 2002. 324 с.
16. Методичні вказівки до вивчення розділу «Теорія ймовірностей» дисципліни ТІМС для студентів всіх спеціальностей / Єрмоєнко В.О., Шинкарик М.І., Мартинюк О.М., Березька К.М., Пласконь С.А., Сенів Г.В., Дзюбановська Н.В. Тернопіль, 2019. 84 с .URL: <http://dspace.wunu.edu.ua/handle/316497/40960>
17. Методичні вказівки до вивчення розділу «Математична статистика» дисципліни ТІМС для студентів всіх спеціальностей / Єрмоєнко В.О., Шинкарик М.І., Мартинюк О.М., Березька К.М., Пласконь С.А., Сенів Г.В., Дзюбановська Н.В. Тернопіль, 2019. 117 с. URL: <http://dspace.wunu.edu.ua/handle/316497/40961>
18. Комплексні практичні індивідуальні завдання з теорії ймовірностей та математичної статистики для студентів всіх спеціальностей / Єрмоєнко В.О., Шинкарик М.І., Мартинюк О.М., Березька К.М., Пласконь С.А., Сенів Г.В., Дзюбановська Н.В. – Тернопіль, 2019. – 117 с. URL: <http://dspace.wunu.edu.ua/handle/316497/40962>
19. Дидактичні матеріали курсу «Теорія ймовірностей і математична статистика» Мартинюк О. М., Єрмоєнко в. О., Шинкарик М. І., Березька К. М., Руська Р. В., Пласконь С. А. Тернопіль, ЗУНУ, 2022. 64 с.<http://dspace.wunu.edu.ua/handle/316497/46090>.
20. Методичні вказівки для самостійної роботи студентів з курсу "Теорія імовірностей і математична статистика". Мартинюк О. М., Єрмоєнко в. О., Шинкарик М. І., Березька К. М., Руська Р. В., Пласконь С. А. Тернопіль, ЗУНУ, 2022. 48 с. <http://dspace.wunu.edu.ua/handle/316497/46097>
21. Renata Jaworska, Edyta Laszkiewicz, Emilia Modranka, Jadwiga Suchecka. Stystyka przestrzenna. Metody analiz srtuktur przestrzennych. Redacja naukowa Jadwiga Suchecka. C/ H/ Beck Warszawa. 2014. 220 p.
22. Eremenko V.O., Plaskon S.A., Martynyuk O.M. Theory Probability and Mathematical Statistics for depth study (text of the lectures and examples for solving of the problems). Ternopil: TNEU, 2014. 192 p.
23. R. Vershynin, High dimensional probability. An introduction with applications in Data Science. Cambridge University Press 2020. p. 293. Download the book here.
24. Б. Малиняк, О. Мартинюк, О. Кириленко The impact of corruption on the efficiency of public spendsng across countries with different levels of democracy / Financial and credit activity: problems of theory and practice. 2019, Vol. 1, No 28, <http://fkd.org.ua/article/view/1639270>.
25. Мартинюк, С. Попіна, С. Мартинюк. Імовірнісне моделювання результатів економічної діяльності як функції випадкових величин/ Вісник ТНЕУ 1 (95) 2020. С.102-112
26. Video Course New. R. Vershynin video course "[High Dimensional Probability and Applications in Data Science](http://dspace.wunu.edu.ua/handle/316497/46097)" is free for all.