

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Західноукраїнський національний університет
Факультет комп'ютерних інформаційних технологій

Затверджую

Декан
факультету комп'ютерних
інформаційних технологій
Ігор ЯКИМЕНКО
„30“ 2024 р.



Затверджую

Проректор
з науково-педагогічної роботи
Віктор ОСТРОВЕРХОВ
„30“ 2024 р.



РОБОЧА ПРОГРАМА
з дисципліни
„Спеціальні розділи математики”

Ступінь вищої освіти – бакалавр
Галузь знань – 12 „Інформаційні технології”
Спеціальності – 124 „Системний аналіз”
Освітньо-професійна програма – „Системний аналіз”

Кафедра економічної кібернетики та інформатики

Форма навчання/ факультет	Курс	Семестр	Лекції (год)	Практичні заняття (год)	ІРС (год)	Тренінг(год)	СРС	Разом	Залік (сем)	Екзамен (сем)
Денна	3	5	46	30	5	10	89	180	–	5

30.05.2024 р.

Тернопіль – 2024

Робоча програма складена на основі освітньо-професійної програми підготовки бакалавра галузі знань 12 „Інформаційні технології” спеціальності 124 „Системний аналіз”, затвердженої Вченою Радою ЗУНУ, протокол № 9 від 15.06.2022 р., зі змінами (протокол № 11 від 26.06.2024 р.)

Робочу програму склали:

к.ф.-м.н., доцент кафедри ЕКІ

Ольга ВОЗНЯК

Робоча програма затверджена на засіданні кафедри економічної кібернетики та інформатики, протокол № 1 від 28.08. 2024 р.

Завідувач кафедри
д.е.н., професор



Леся БУЯК

Розглянуто та схвалено групою забезпечення спеціальності „Системний аналіз”, протокол № 1 від 30.08. 2024 р.

Голова ГЗС
д.т.н., професор



Роман ПАСІЧНИК

Гарант ОП
д.т.н., професор



Роман ПАСІЧНИК

СТРУКТУРА РОБОЧОЇ ПРОГРАМИ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

„СПЕЦІАЛЬНІ РОЗДІЛИ МАТЕМАТИКИ”

1. Опис дисципліни „Спеціальні розділи математики”

Дисципліна – Вища математика	Галузь знань, спеціальність, ступінь вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни
Кількість кредитів ECTS: 6	Галузь знань 12 „Інформаційні технології”	Статус дисципліни блок обов’язкових дисциплін, цикл професійної підготовки Мова навчання Українська
Кількість залікових модулів – 5	Спеціальність 124 „Системний аналіз”	Рік підготовки: <i>Денна – 3</i> Семестр: <i>Денна – 5</i>
Кількість змістових модулів – 2	Ступінь вищої освіти – бакалавр	Лекції: <i>Денна – 46 год.</i> Практичні заняття: <i>Денна – 30 год.</i>
Загальна кількість годин: Денна форма навчання – 180		Самостійна робота: <i>Денна – 89 год.</i> <i>Тренінг – 10 год.</i> Індивідуальна робота – 6 год.
Тижневих годин: Денна форма навчання 5 семестр – 12 год., з них аудиторних – 5 год.		Вид підсумкового контролю – екзамен

2. Мета і завдання дисципліни „Спеціальні розділи математики”

2.1. Мета вивчення дисципліни.

Мета викладання дисципліни полягає у розвитку логічного і алгоритмічного мислення, в одержанні студентами теоретичних знань і практичних навиків з оволодіння та використання основними методами дослідження і розв’язування математичних задач, а також у формуванні базової математичної підготовки для відповідних спеціальних дисциплін.

Програма та тематичний план направлені на глибоке та ґрунтовне вивчення основ вищої математики. Ця дисципліна відноситься до загальноосвітніх фундаментальних дисциплін, які формують світогляд майбутніх фахівців з інформаційних та комп’ютерно-інтегрованих технологій.

Вивчення курсу передбачає наявність систематичних знань, цілеспрямованої роботи над вивченням математичної літератури, активної роботи на лекціях і практичних заняттях, самостійної роботи та виконання індивідуальних завдань.

2.2. Завдання вивчення дисципліни.

Головним завданням дисципліни „Спеціальні розділи математики” є вивчення загальних закономірностей та зв’язку між різними величинами і їх застосування в конкретних дослідженнях.

В результаті вивчення курсу „Спеціальні розділи математики” студенти повинні знати:

- поняття систем диференціальних рівнянь та методи їх розв’язування, теорію стійкості;
- основні задачі математичної фізики, методи характеристик, Фур’є та інтегральних перетворень;
- основи теорії міри множин, вимірних функцій та інтеграла Лебега, основні класи просторів (метричні, лінійні нормовані, банахові, гільбертові), основні поняття про лінійні оператори, лінійні функціонали, цілком неперервні оператори, застосування лінійних операторів до інтегральних рівнянь Фредгольма і Вольтерра.

Мета проведення лекцій полягає у тому, щоб ознайомити студентів із основними питаннями курсу „Спеціальні розділи математики”.

Завдання проведення лекцій полягає у викладенні студентам у відповідності з програмою та робочим планом основних питань курсу „Спеціальні розділи математики”; сформуванні у студентів цілісної системи теоретичних знань з курсу „Спеціальні розділи математики”.

Основним завданням проведення практичних занять є глибоке засвоєння та закріплення теоретичних знань, отриманих на лекціях. Проведення практичних занять передбачає вироблення у студентів навиків розв’язування задач, з подальшим використанням набутих знань.

2.3. Найменування та опис компетентностей, формування котрих забезпечує вивчення дисципліни „Спеціальні розділи математики”:

K01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

K02. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

K04. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.

K17. Здатність використовувати системний аналіз як сучасну міждисциплінарну методологію, що базується на прикладних математичних методах та сучасних інформаційних технологіях і орієнтована на вирішення задач аналізу і синтезу технічних, економічних, соціальних, екологічних та інших складних систем.

K18. Здатність формалізувати проблеми, описані природною мовою, у тому числі за допомогою математичних методів, застосовувати загальні підходи до математичного моделювання конкретних процесів.

K19. Здатність будувати математично коректні моделі статичних та динамічних процесів і систем із зосередженими та розподіленими параметрами із врахуванням невизначеності зовнішніх та внутрішніх факторів.

K21. Здатність формулювати задачі оптимізації при проектуванні систем управління та прийняття рішень, а саме: математичні моделі, критерії оптимальності, обмеження, цілі управління; обирати раціональні методи та алгоритми розв’язання задач оптимізації та оптимального керування.

K24. Здатність організувати роботу з аналізу та проектування складних систем, створення відповідних інформаційних технологій та програмного забезпечення.

K25. Здатність представляти математичні аргументи і висновки з них з ясністю і точністю і в таких формах, які підходять для аудиторії як усно так і в письмовій формі.

2.4. Передумови для вивчення дисципліни „Спеціальні розділи математики”.

Базові знання та вміння з вищої математики.

2.5. Програмні результати навчання.

В результаті вивчення дисципліни „Спеціальні розділи математики” студент повинен:

ПР01. Знати і вміти застосовувати на практиці диференціальне та інтегральне числення, ряди та інтеграл Фур’є, аналітичну геометрію, лінійну алгебру та векторний аналіз, функціональний аналіз та дискретну математику в обсязі, необхідному для вирішення типових завдань системного аналізу;

ПР04. Знати та вміти застосовувати базові методи якісного аналізу та інтегрування звичайних диференціальних рівнянь і систем, диференціальних рівнянь в частинних похідних, в тому числі рівнянь математичної фізики.

ПР05. Знати основні положення теорії метричних просторів, лебегівської теорії міри та інтеграла, теорії обмежених лінійних операторів в банахових та гільбертових просторах, застосовувати техніку і методи функціонального аналізу для розв’язання задач керування складними процесами в умовах невизначеності.

3. Зміст дисципліни „Спеціальні розділи математики”

Змістовий модуль 1. Системи диференціальних рівнянь. Елементи теорії стійкості та математичної фізики.

Тема 1. Системи диференціальних рівнянь.

Нормальні системи диференціальних рівнянь. Розв'язування системи диференціальних рівнянь методом виключення змінної. Розв'язування систем лінійних однорідних диференціальних рівнянь методами лінійної алгебри. Знаходження частинного розв'язку системи диференціальних рівнянь із спеціальними правими частинами. Розв'язування систем лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь методом варіації сталих.

Тема 2. Теорія стійкості.

Поняття про теорію стійкості Ляпунова системи диференціальних рівнянь. Дослідження на стійкість точок спокою системи диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Критерій Гурвіца умови від'ємності дійсних частин всіх коренів многочлена. Поведінка траєкторії диференціального рівняння в околі особливої точки. Другий метод Ляпунова.

Тема 3. Основні задачі математичної фізики.

Поняття диференціального рівняння з частинними похідними. Розв'язування найпростіших диференціальних рівнянь з частинними похідними. Постановка основних задач математичної фізики. Типи диференціальних рівнянь з частинними похідними другого порядку. Зведення диференціальних рівнянь з частинними похідними другого порядку до канонічного вигляду.

Тема 4. Методи розв'язування задач математичної фізики.

Розв'язування задач для одновимірного хвильового рівняння методом характеристик. Формула Даламбера. Задача Коші та крайова задача для рівняння коливань. Розв'язування крайових задач для рівняння коливань струн методом Фур'є (методом відокремлення змінних). Крайова задача для рівняння теплопровідності, її розв'язування методом Фур'є. Задача Коші для рівняння теплопровідності та її розв'язування методом інтеграла Фур'є. Крайова задача для рівнянь Лапласа та Пуассона та розв'язування їх методом Фур'є. Потенціали об'єму, простого та подвійного шару. Зведення крайових задач для рівняння Лапласа до інтегральних рівнянь.

Змістовий модуль 2. Теорія міри та інтеграла. Функціональний аналіз.

Тема 5. Основні класи множин. Функції множин. Міри та їх продовження. Вимірні функції. Інтеграл Лебега та його властивості.

Півкільце та півалгебра. Кільце та алгебра. σ -кільце та σ -алгебра. Відкриті, замкнені і борельові множини. Означення та властивості міри. Продовження міри. Зовнішня міра. Міра Лебега на прямій, на площині. Поняття та основні властивості вимірних функцій. Еквівалентні функції. Збіжність майже скрізь. Збіжність за мірою. Означення інтеграла Лебега від простої функції та у загальному випадку. Властивості інтеграла Лебега. Порівняння інтегралів Рімана і Лебега. Поняття про інтеграл Стілтєса.

Тема 6. Метричні простори. Нормовані та банахові простори. Гільбертові простори.

Означення метрики і метричного простору, границя послідовності елементів метричного простору та приклади метричних просторів. Відкриті множини, замкнені множини, щільні множини у метричному просторі. Сепарабельні та повні метричні простори. Принцип стислих відображень та його застосування до розв'язування алгебраїчних та інтегральних рівнянь. Поняття про топологічні простори. Означення нормованого і банахового простору. Підпростори нормованого простору та його поповнення, ізоморфізм та ізометрія нормованого простору. Простори зі скалярним добутком. Гільбертові простори. Ортогональні та ортонормовані системи у гільбертовому просторі. Процес ортогоналізації. Ряди Фур'є у гільбертовому просторі.

Тема 7. Лінійні неперервні функціонали та оператори.

Лінійні неперервні функціонали у нормованому просторі. Спряжені простори. Теорема Гана-Банаха. Теорема Ріса про загальний вигляд лінійного неперервного функціоналу у гільбертовому просторі. Простори лінійних неперервних операторів. Рівномірна, слабка збіжність лінійних неперервних операторів у цих просторах. Обернені оператори в лінійних просторах. Лінійні неперервні оператори у гільбертовому просторі. Спряжені оператори, самоспряжені оператори та їх властивості. Поняття про цілком неперервний оператор. Поняття про спектр оператора. Ізометричні та унітарні оператори. Проектори, невід'ємні оператори.

4. Структура залікового кредиту дисципліни „Спеціальні розділи математики”
денна форма навчання

	Кількість годин					
	Лекції	Практичні заняття	СРС	ІРС	Тренінг	Контрольні заходи
Змістовий модуль 1. Системи диференціальних рівнянь. Елементи теорії стійкості та математичної фізики						
Тема 1. Системи диференціальних рівнянь	10	6	16	3	6	поточне опитування
Тема 2. Теорія стійкості	4	4	6			поточне опитування
Тема 3. Основні задачі математичної фізики	2	2	8			поточне опитування
Тема 4. Методи розв'язування задач математичної фізики	12	6	25			поточне опитування
Змістовий модуль 2. Теорія міри та інтеграла. Функціональний аналіз						
Тема 5. Основні класи множин. Функції множин. Міри та їх продовження. Вимірні функції. Інтеграл Лебега та його властивості	6	6	12	2	4	поточне опитування
Тема 6. Метричні простори. Нормовані та банахові простори. Гільбертові простори	6	4	10			поточне опитування
Тема 7. Лінійні неперервні функціонали та оператори	6	2	12			поточне опитування
Разом	46	30	89	5	10	

5. Тематика практичних занять.

Практичне заняття 1-3.

Тема: Системи лінійних однорідних та неоднорідних диференціальних рівнянь першого порядку із сталими коефіцієнтами

Мета: Навчитися розв'язувати системи однорідних та неоднорідних диференціальних рівнянь першого порядку із сталими коефіцієнтами.

Питання для обговорення:

- Зведення системи лінійних однорідних диференціальних рівнянь першого порядку із сталими коефіцієнтами до лінійного однорідного диференціального рівняння другого порядку.
- Побудова характеристичного визначника.
- Випадок дійсних різних коренів, випадок комплексно-спряжених коренів, випадок кратних коренів.
- Зведення системи лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь першого порядку із сталими коефіцієнтами до лінійного неоднорідного диференціального рівняння другого порядку.
- Знаходження частинного розв'язку системи неоднорідних лінійних диференціальних рівнянь в залежності від спеціальної правої частини.
- Знаходження частинного розв'язку системи неоднорідних лінійних диференціальних рівнянь методом варіації сталих.

Практичне заняття 4-5.

Тема: Теорія стійкості

Мета: Навчитися досліджувати на стійкість точки спокою системи диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами, визначати поведінку траєкторії диференціального рівняння в околі особливої точки.

- Дослідження на стійкість точок спокою системи диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами.
- Критерій Гурвіца умови від'ємності дійсних частин всіх коренів многочлена.
- Поведінка траєкторії диференціального рівняння в околі особливої точки.

Практичне заняття 6.

Тема: Виведення основних рівнянь математичної фізики та постановка задач для них

Мета: Навчитися виводити основні рівняння математичної фізики та вміти робити постановку задач для них.

Питання для обговорення:

1. Задача про коливання струни. Постановка крайових задач для рівняння коливань струни.
2. Задача про коливання стержня. Постановка крайових задач для рівняння коливання стержня.
3. Задача про коливання мембрани. Крайові умови для рівняння коливань мембрани.
4. Задача про поширення тепла. Крайові умови для рівняння теплопровідності.
5. Задача про дифузію. Крайові умови для рівняння дифузії.

Практичне заняття 7.

Тема: Зведення диференціальних рівнянь з частинними похідними до канонічного вигляду. Зведення до канонічного вигляду диференціальних рівнянь з частинними похідними другого порядку з двома незалежними змінними

Мета: Навчитися зводити диференціальні рівняння з частинними похідними до канонічного вигляду, диференціальні рівняння з частинними похідними другого порядку з двома незалежними змінними.

Питання для обговорення:

1. Визначення типу рівняння з частинними похідними.
2. Рівняння гіперболічного типу та їх зведення до канонічного вигляду.
3. Рівняння параболічного типу та їх зведення до канонічного вигляду.
4. Рівняння еліптичного типу та їх зведення до канонічного вигляду.
5. Визначення типу диференціального рівняння другого порядку з двома незалежними змінними.
6. Зведення до канонічного вигляду рівнянь гіперболічного типу за допомогою рівняння характеристик.
7. Зведення до канонічного вигляду рівнянь параболічного типу за допомогою рівняння характеристик.
8. Зведення до канонічного вигляду рівнянь еліптичного типу за допомогою рівняння характеристик.

Практичне заняття 8.

Тема: Розв'язування задач для гіперболічних рівнянь методом характеристик. Метод відокремлення змінних (Фур'є) для гіперболічних, параболічних та еліптичних рівнянь

Мета: Навчитися розв'язувати задачі Коші для гіперболічних рівнянь методом характеристик, застосовувати метод Фур'є для гіперболічних, параболічних та еліптичних рівнянь.

Питання для обговорення:

1. Суть методу характеристик.
2. Формула Даламбера.
3. Розв'язування класичної задачі Коші.
4. Розв'язування крайової задачі.
5. Розв'язування загальної задачі Коші методом характеристик.
6. Розв'язування задачі Гурса методом характеристик.
7. Загальна схема методу відокремлення змінних.
8. Випадок однорідних рівнянь з нульовими крайовими та ненульовими початковими умовами.
9. Випадок неоднорідних рівнянь з нульовими крайовими та нульовими початковими умовами.
10. Випадок неоднорідних рівнянь з нульовими крайовими та ненульовими початковими умовами.
11. Випадок однорідних рівнянь з ненульовими крайовими та ненульовими початковими умовами.
12. Випадок неоднорідних рівнянь з ненульовими крайовими та ненульовими початковими умовами.
13. Задача Коші для параболічного рівняння.
14. Крайова задача для параболічного рівняння.

15. Крайова задача для рівнянь Лапласа і Пуассона у випадку прямокутника. Крайова задача для рівнянь Лапласа і Пуассона у випадку круга, сектора.
16. Крайова задача для рівнянь Лапласа і Пуассона у випадку кільця, смуги.

Практичне заняття 9.

Тема: Розв'язування крайових задач для еліптичних рівнянь методом функції Гріна та методом потенціалів. Методи розв'язування крайових задач методом інтегральних перетворень

Мета: Навчитися застосовувати метод функції Гріна, метод потенціалів для еліптичних рівнянь, метод інтегральних перетворень.

Питання для обговорення:

1. Побудова функції Гріна.
2. Розв'язування першої крайової задачі, другої крайової задачі, третьої крайової задачі.
3. Потенціал об'єму, потенціал простого шару, потенціал подвійного шару.
4. Зведення крайових задач для рівнянь еліптичного типу до інтегральних рівнянь.
5. Метод інтегральних перетворень за допомогою перетворення Фур'є.
6. Метод інтегральних перетворень за допомогою перетворення Лапласа.

Практичне заняття 10.

Тема: Основні класи множин. Функції множин. Міри множин. Продовження мір

Мета: Навчитися визначати класи множин, класи функцій множин, знаходити міру Лебега.

Питання для обговорення:

1. Основні класи множин: півкільце та півалгебра, кільце та алгебра, σ -кільце та σ -алгебра. Монотонний клас. Породжені класи множин, класи відкритих, замкнених і борельових множин.
2. Основні класи функції множин. Означення та властивості міри. Приклади мір.
3. Продовження міри з півкільця на породжене ним кільце.
4. Зовнішня міра. Теорема про міру, породжену зовнішньою мірою.
5. Повні міри. Продовження міри за Каратеодорі.
6. Міра Лебега на прямій і на площині. Міра Лебега-Стілтєса на прямій.

Практичне заняття 11.

Тема: Вимірні функції. Збіжність послідовностей вимірних функцій

Мета: Навчитися перевіряти вимірність функцій, здійснювати операції над ними та їх послідовностями, визначати типи збіжностей послідовностей вимірних функцій.

Питання для обговорення:

1. Поняття про вимірні функції. Приклади вимірних функцій.
2. Операції над вимірними функціями.
3. Операції над послідовностями вимірних функцій.
4. Критерій вимірності в термінах простих функцій.
5. Типи збіжностей послідовностей вимірних функцій.
6. Еквівалентні функції. Збіжність майже скрізь. Збіжність за мірою.

Практичне заняття 12.

Тема: Інтеграл Лебега

Мета: Навчитися знаходити інтеграл Лебега та використовувати його властивості, здійснювати граничний перехід під знаком інтеграла Лебега, порівнювати інтеграли Лебега і Рімана.

Питання для обговорення:

1. Означення інтеграла Лебега від невід'ємної простої функції.
2. Означення інтеграла Лебега у загальному випадку.
3. Найпростіші властивості інтеграла Лебега.
4. Граничний перехід під знаком інтеграла Лебега.
5. Порівняння інтеграла Лебега з інтегралом Рімана.
6. Інтеграл Стілтєса на прямій.

Практичне заняття 13.

Тема: Метричні простори

Мета: Навчитися знаходити метрику в метричному просторі, визначати відкриті, замкнені і щільні множини метричного простору, застосовувати принцип стислих відображень.

Питання для обговорення:

1. Означення метрики і метричного простору. границя послідовності елементів метричного простору та приклади метричних просторів.
2. Кулі, сфера в метричному просторі, гранична точка множини метричного простору.
3. Відкриті множини, замкнені множини, щільні множини у метричному просторі.
4. Сепарабельні та повні метричні простори. Поповнення метричного простору.
5. Принцип стислих відображень та його застосування до розв'язування алгебраїчних та інтегральних рівнянь.

Практичне заняття 14.

Тема: Нормовані, банахові та гільбертові простори

Мета: Навчитися знаходити метрику в нормованому і банаховому просторах, здійснювати поповнення нормованого простору, ортогональне доповнення множини у гільбертовому просторі.

Питання для обговорення:

1. Означення нормованого і банахового простору.
2. Підпростори нормованого простору та його поповнення.
3. Ізоморфізм та ізометрія нормованого простору.
4. Скінченно вимірні нормовані простори.
5. Простори зі скалярним добутком та їх приклади.
6. Означення та приклади гільбертових просторів.
7. Ортогональність. Ортогональне доповнення множини у гільбертовому просторі.
8. Ортогональні та ортонормовані системи у гільбертовому просторі. Процес ортогоналізації.
9. Ряди Фур'є у гільбертовому просторі.

Практичне заняття 15.

Тема: Лінійні неперервні функціонали та оператори

Мета: Навчитися перевіряти на лінійність і неперервність функціонали, перевіряти на слабку збіжність лінійних неперервних функціоналів, на рівномірну і слабку збіжність лінійних неперервних операторів, застосовувати властивості спряжених і самоспряжених операторів.

Питання для обговорення:

1. Поняття про лінійний неперервний функціонал. Неперервні та обмежені функціонали. Норма функціоналу. Поняття спряженого простору.
2. Принцип продовження Гана-Банаха. Теорема Гана-Банаха.
3. Загальний вигляд лінійних неперервних функціоналів в конкретних просторах.
4. Слабка збіжність у нормованому просторі, у конкретних просторах.
5. Лінійні оператори, неперервні оператори. Обмежені оператори. Норма оператора.
6. Простори лінійних неперервних операторів. Рівномірна, слабка збіжність у цих просторах.
7. Обернені оператори в лінійних просторах. Лінійні неперервні оператори у гільбертовому просторі.
8. Спряжені оператори, самоспряжені оператори та їх властивості.

6. Самостійна робота

Для успішного вивчення і засвоєння дисципліни „Спеціальні розділи математики” студенти повинні володіти значним обсягом інформації, значну частину якої вони отримують і опрацьовують шляхом самостійної роботи. Самостійна робота полягає в опрацюванні навчальної і наукової фахової літератури за такою тематикою:

№ п/п	Тематика самостійної роботи
1.	Зведення системи лінійних однорідних диференціальних рівнянь першого порядку із сталими коефіцієнтами до лінійного однорідного диференціального рівняння другого

	порядку
2.	Розв'язування системи лінійних однорідних диференціальних рівнянь першого порядку із сталими коефіцієнтами методом лінійної алгебри
3.	Системи лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь першого порядку із сталими коефіцієнтами
4.	Системи лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь першого порядку із сталими коефіцієнтами методом варіації сталих
5.	Дослідження на стійкість точок спокою системи диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами.
6.	Критерій Гурвіца умови від'ємності дійсних частин всіх коренів многочлена.
7.	Поведінка траєкторії диференціального рівняння в околі особливої точки
8.	Виведення основних рівнянь математичної фізики та постановка задач для них
9.	Зведення диференціальних рівнянь з частинними похідними до канонічного вигляду
10.	Зведення до канонічного вигляду диференціальних рівнянь з частинними похідними другого порядку з двома незалежними змінними
11.	Розв'язування задач для гіперболічних рівнянь методом характеристик
12.	Метод відокремлення змінних (Фур'є) для гіперболічних рівнянь
13.	Метод Фур'є для параболических та еліптичних рівнянь
14.	Розв'язування крайових задач для еліптичних рівнянь методом функції Гріна та методом потенціалів
15.	Методи розв'язування крайових задач методом інтегральних перетворень
16.	Півкільце та півалгебра. Кільце та алгебра. σ -кільце та σ -алгебра. Відкриті, замкнені і борельові множини
17.	Означення та властивості міри. Продовження міри. Зовнішня міра. Міра Лебега на прямій, на площині
18.	Поняття та основні властивості вимірних функцій. Еквівалентні функції. Збіжність майже скрізь. Збіжність за мірою
19.	Означення інтеграла Лебега від простої функції та у загальному випадку. Властивості інтеграла Лебега. Порівняння інтегралів Рімана і Лебега. Поняття про інтеграл Стільтєса
20.	Означення метрики і метричного простору, границя послідовності елементів метричного простору та приклади метричних просторів
21.	Відкриті множини, замкнені множини, щільні множини у метричному просторі. Сепарабельні та повні метричні простори. Принцип стислих відображень та його застосування до розв'язування алгебраїчних та інтегральних рівнянь. Поняття про топологічні простори.
22.	Означення нормованого і банахового простору. Підпростори нормованого простору та його поповнення, ізоморфізм та ізометрія нормованого простору
23.	Простори зі скалярним добутком. Гільбертові простори. Ортогональні та ортонормовані системи у гільбертовому просторі. Процес ортогоналізації. Ряди Фур'є у гільбертовому просторі
24.	Лінійні неперервні функціонали у нормованому просторі. Спряжені простори. Теорема Гана-Банаха. Теорема Ріса про загальний вигляд лінійного неперервного функціоналу у гільбертовому просторі
25.	Простори лінійних неперервних операторів. Рівномірна, слабка збіжність лінійних неперервних операторів у цих просторах. Обернені оператори в лінійних просторах. Лінійні неперервні оператори у гільбертовому просторі. Спряжені оператори, самоспряжені оператори та їх властивості. Поняття про цілком неперервний оператор. Поняття про спектр оператора. Проектори, невід'ємні оператори

Крім того кожному студенту пропонується самостійно виконати комплексне завдання, яке охоплює усі основні теми дисципліни „Спеціальні розділи математики”. Метою виконання комплексного завдання є оволодіння навичками застосування методів вищої математики при розв'язуванні задач. Кожен з пунктів комплексного завдання оцінюється за 100-бальною шкалою,

а також визначається підсумкова оцінка (як середня арифметична з проміжних оцінок). Комплексне завдання включає в себе:

V семестр: 1. Розв'язати систему двох лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь першого порядку, звівши її до лінійного неоднорідного диференціального рівняння другого порядку, методом Ейлера та методом варіації сталих. 2. Визначити тип рівняння і звести його до канонічного вигляду. 3. Звести до канонічного вигляду лінійне диференціальне рівняння з частинними похідними другого порядку з двома незалежними змінними. 4. Розв'язати задачу Коші для гіперболічного рівняння методом характеристик. 5. Розв'язати крайову задачу для гіперболічного рівняння методом характеристик. 6. Розв'язати крайову задачу для гіперболічного рівняння методом відокремлення змінних (методом Ейлера–Фур'є). 7. Розв'язати задачу Коші для параболічного рівняння. 8. Розв'язати крайову задачу для параболічного рівняння методом відокремлення змінних (методом Ейлера-Фур'є). 9. Розв'язати крайову задачу для рівнянь Лапласа і Пуассона методом відокремлення змінних (методом Ейлера-Фур'є). 10. Знайти міру Лебега множин на прямій і на площині. 11. Обчислити інтеграл Лебега. 12. Знайти метрику в метричному просторі, в нормованому і банаховому просторах. 13. Перевірити лінійність, неперервність і знайти норми функціонала та оператора. 14. Знайти обернений до оператора, спряжений до оператора.

7. Тренінг з дисципліни „Спеціальні розділи математики”

Порядок проведення тренінгу:

1. Вступна частина проводиться з метою ознайомлення студентів з темою тренінгового завдання. 2. Організаційна частина полягає у створенні робочого настрою у колективі студентів, визначенні правил тренінгового заняття. 3. Практична частина проводиться шляхом виконання завдань (варіанти завдань відображені у Moodle). 4. Підведення підсумків. Обговорення результатів виконання завдань, обмін думками з проблематики тренінгу.

Завдання для тренінгу:

1. Розв'язування систем лінійних диференціальних рівнянь.
2. Зведення диференціальних рівнянь з частинними похідними до канонічного вигляду.
3. Розв'язування задач для гіперболічних рівнянь методом характеристик.
4. Метод Фур'є для гіперболічних, параболічних та еліптичних рівнянь.
5. Знаходження міри Лебега множин на прямій і на площині. Обчислення інтегралів Лебега.
6. Нормовані простори. Гільбертові простори та їх розклад в ортогональну суму підпросторів.
7. Лінійні неперервні функціонали. Спряжені простори. Принцип продовження Гана-Банаха.
8. Лінійні неперервні оператори. Рівномірна, сильна і слабка збіжності операторів. Принцип рівномірної обмеженості. Обернені оператори.
9. Лінійні оператори у гільбертовому просторі. Спряжені і самоспряжені оператори.

8. Методи навчання

У навчальному процесі застосовуються: лекції, практичні та індивідуальні заняття, консультації, метод опитування, тестування, виконання завдань для самостійної роботи.

9. Засоби оцінювання та методи демонстрування результатів навчання

У процесі вивчення дисципліни „Спеціальні розділи математики” використовуються наступні засоби та методи демонстрування результатів навчання: поточне тестування та опитування; підсумкове тестування по кожному змістовому модулю; оцінювання завдань тренінгу та самостійної роботи; письмовий екзамен.

10. Політика оцінювання

Політика щодо дедлайнів і перекладання. Для виконання індивідуальних завдань і проведення контрольних заходів встановлюються конкретні терміни. Перекладання модулів відбувається з дозволу дирекції факультету та наявності поважних причин (наприклад, лікарняний).

Політика щодо академічності доброчесності. Використання друкованих і електронних джерел інформації під час контрольних заходів та екзаменів заборонено.

Політика щодо відвідування. Відвідування занять є обов'язковим. За об'єктивних причин (наприклад, карантин, воєнний стан, хвороба, закордонне стажування) навчання може відбуватися в он-лайн формі за погодженням із керівником курсу з дозволу дирекції факультету.

11. Критерії, форми поточного та підсумкового контролю

Підсумковий бал (за 100-бальною шкалою) з дисципліни „Спеціальні розділи математики” визначається як середньозважена величина, в залежності від питомої ваги кожної складової залікового кредиту:

Модуль 1		Модуль 2		Модуль 3	Модуль 4	Модуль 5
10%	10%	10%	10%	5%	15%	40%
Поточне оцінювання	Модульний контроль	Поточне оцінювання	Модульний контроль	Тренінг	Самостійна робота	Екзамен
Опитування під час заняття (теми 1-3), макс. 100 балів	Модульна робота 1 – макс. 100 балів	Опитування під час заняття (теми 4-7), макс. 100 балів	Модульна робота 2 – макс. 100 балів	Оцінка за виконання завдань під час тренінгу – макс. 100 балів	Оцінка за виконання завдань самостійної роботи – макс. 100 балів	Теоретичне питання – макс. 40 балів Задачі (2 задачі) – по 30 балів, макс. 60 балів

Шкала оцінювання:

За шкалою Університету	За національною шкалою	За шкалою ECTS
90-100	Відмінно	A (відмінно)
85-89	Добре	B (дуже добре)
75-84		C (добре)
65-74	Задовільно	D (задовільно)
60-64		E (достатньо)
35-59	Незадовільно	FX (незадовільно з можливістю повторного складання)
1-34		F (незадовільно з обов'язковим повторним курсом)

12. Інструменти, обладнання та програмне забезпечення, використання яких передбачає навчальна дисципліна „Спеціальні розділи математики”

№	Найменування	Номер теми
1.	Технічне забезпечення: мультимедійний проектор, проекційний екран, ноутбук, персональні комп'ютери	1-7
2.	Програмне забезпечення ОС Windows	1-7
3.	Комунікаційне програмне забезпечення (Internet Explorer, Opera, Google Chrome, Firefox, Viber, Telegram, Signal)	1-7
4.	Інструменти Microsoft Office (Word; Excel; Power Point, Mathcad)	1-7
5.	Комунікаційне програмне забезпечення (Zoom, Google Meet) для проведення занять у режимі он-лайн (за необхідності)	1-7
6.	Комунікаційна навчальна платформа (Moodle) для організації дистанційного навчання (за необхідності)	1-7

РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ

ОСНОВНА ЛІТЕРАТУРА

1. Методи математичної фізики в прикладах і задачах: навчальний посібник для студентів механіко-математичного факультету / Є.С. Вакал, А.В. Ловейкін. К.: Видавець Кравченко Я.О., 2020. 188 с.
2. Рівняння математичної фізики: приклади і задачі: навчальний посібник для студентів механіко-математичного факультету / Є.С. Вакал, А.В. Ловейкін. К.: [Електронне видання]. 2024. 187 с.
3. Бобик О.І., Бобик І.О., Литвин В.В. Рівняння математичної фізики: навчальний посібник. Львів: «Новий світ – 2000», 2020. 256 с.
4. Федак І.В. Курс лекцій з функціонального аналізу та теорії міри. Навчальний посібник. Ч. 1. Вимірні множини та вимірні функції. Івано-Франківськ: ПНУ імені Василя Стефаника, 2020. 52 с.
5. Федак І.В. Курс лекцій з функціонального аналізу та теорії міри. Навчальний посібник. Ч. 2. Інтеграл Лебега. Івано-Франківськ: ПНУ імені Василя Стефаника, 2020. 56 с.
6. Федак І.В. Курс лекцій з функціонального аналізу та теорії міри. Навчальний посібник. Ч. 3. Основні структури функціонального аналізу. Івано-Франківськ: ПНУ імені Василя Стефаника, 2020. 48 с.
7. Федак І.В. Курс лекцій з функціонального аналізу та теорії міри. Навчальний посібник. Ч. 4. Лінійні функціонали та лінійні оператори. Івано-Франківськ: ПНУ імені Василя Стефаника, 2020. 56 с.
8. Боднар Д.І. Возняк О.Г. Методичні вказівки до проведення практичних занять з курсу «Спеціальні розділи математики» (системи диференціальних рівнянь, елементи теорії стійкості). Тернопіль: СМП ТАЙП, 2022. 60 с.
9. Боднар Д.І. Возняк О.Г. Методичні рекомендації з курсу «Спеціальні розділи математики» (системи диференціальних рівнянь, елементи теорії стійкості та математичної фізики). Тернопіль: СМП ТАЙП, 2024. 24 с.
10. Боднар Д.І. Возняк О.Г. Методичні рекомендації з курсу «Спеціальні розділи математики» (теорія міри та інтеграла, функціональний аналіз). Тернопіль: СМП ТАЙП, 2024. 24 с.

ДОДАТКОВА ЛІТЕРАТУРА

1. Боднар Д.І., Буяк Л.М., Возняк О.Г. Диференціальні рівняння: методи їх розв'язання. Навчально-методичний посібник. Тернопіль: Навчальна книга – Богдан. 112 с. Режим доступу: <https://knygy.com.ua/index.php?productID=9789661016452>
2. Боднар Д.І., Возняк О.Г., Буяк Л.М. Практикум з математичного аналізу у 3 частинах. Частина III. Диференціальні рівняння: Навчальний посібник. Тернопіль: Навчальна книга – Богдан. 176 с. [Електронний ресурс]. Режим доступу: http://www.bohdan-digital.com/userfiles/file/catalog/review_file_667961170.pdf
3. Возняк О.Г., Голубник О.Р. Побудова економічних емпіричних формул методом табличних різниць. *Вісник ОНУ імені І.І. Мечникова*. Серія: Економіка. 2022. Т. 27. Вип. 1 (91). С. 75–81.
4. Voznyak O.G., Dron V.S., Medynskyi I.P. Properties of fundamental solutions, correct solvability of the Cauchy problem and integral representations of solutions for ultraparabolic Kolmogorov-type equations with three groups of spatial variables and with degeneration on the initial hyperplane. *Mathematical modeling and computing*. 2022. Vol. 9, No. 3, Pp. 779–790.
5. Возняк О.Г., Голубник О.Р. Пошук оптимальних ліній сполучення методом графів. *Економіка і регіон*. 2023. № 1 (88). С. 166–173.
6. Возняк Г.М., Возняк О.Г. Побудова мінімальної сітки сполучення трьох та чотирьох об'єктів, довільно розміщених на площині. *Прикладні проблеми механіки і математики*. Науковий збірник. 2023. Том 21. С. 91–107.
7. Bilanyk I.B., Bodnar D.I., Voznyak O.H. Convergence criteria of branched continued fractions. *Researches in Mathematics*. 2024. № 32 (2). С. 53–69.