

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЗАХІДНОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІВАНО-ФРАНКІВСЬКИЙ НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ МЕНЕДЖМЕНТУ

ЗАТВЕРДЖУЮ

Директор ІФННІМ ЗУНУ

Галина ЛЯХОВИЧ

« _____ » 2024 р.



ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з НІПР ЗУНУ

Віктор ОСТРОВЕРХОВ

« _____ » 2024 р.



РОБОЧА ПРОГРАМА

з дисципліни “**Методи дослідження операцій**”

Ступінь вищої освіти – бакалавр
Галузь знань – 01 Освіта/Педагогіка

Спеціальність – 015 Професійна освіта (цифрові технології)
Спеціалізація – 015.39 Цифрові технології
Освітньо-професійна програма – «Професійна освіта (цифрові технології)»

Кафедра міжнародної економіки, маркетингу і менеджменту

Форма навчання	Курс	Семестр	Лекції (год.)	Практ. (год.)	ІРС (год.)	Тренінг (год.)	Самост. робота студ. (год.)	Разом (год.)	Залік (сем.)	Екз. (сем.)
Денна	II	4	30	30	4	8	78	150	-	4

30.08.2024

Івано-Франківськ – ІФННІМ, 2024

**1. СТРУКТУРА РОБОЧОЇ ПРОГРАМИ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ**

Опис дисципліни «Методи дослідження операцій»

Дисципліна “Методи дослідження операцій”	Галузь знань, спеціальність, СВО	Характеристика навчальної дисципліни
Кількість кредитів ECTS - 5	галузь знань (шифр, найменування) – 01 – Освіта/Педагогіка	Дисципліна циклу професійної підготовки (обов’язкова) Мова навчання: українська
Кількість залікових модулів – 5	Спеціальності 015 Професійна освіта Освітньо-професійна програма Цифрові технології	Рік підготовки: <i>Денна – 2</i> Семестр: <i>Денна – 4</i>
Кількість змістових модулів – 2	Ступінь вищої освіти – бакалавр	Лекції: <i>Денна – 30 год</i> Практичні заняття: <i>Денна – 30 год</i>
Загальна кількість годин <i>Денна – 150 год</i>		Самостійна робота: <i>Денна – 78 год</i> Тренінг: <i>Денна – 8 год</i> Індивідуальна робота : <i>Денна – 4 год</i>
Тижневих годин – 10 год., з них аудиторних – 4 год.		Вид підсумкового контролю – іспит

2. Мета й завдання вивчення дисципліни Дослідження операцій

2.1. Мета вивчення дисципліни

Метою викладання дисципліни є формування теоретичних знань і практичних навичок формалізації задач управління з використанням спеціалізованих оптимізаційних методів, ознайомлення з методологією розв'язання задач оптимізації організаційного управління для проведення активного системного аналізу соціальних, економічних та технічних систем, явищ і процесів на різних рівнях ієрархії. Оволодіння цим курсом повинно виробити у студентів навички практичного використання оптимізаційних підходів в процесі прийняття рішень із управління системами.

2.2. Завдання вивчення дисципліни

В результаті вивчення курсу Дослідження операцій студенти повинні:

- знати поняття операції, операційної системи; принципи моделювання систем і процесів; методи вирішення лінійних оптимізаційних задач; поняття двоїстості в оптимізаційних задачах; методи вирішення задач цілочисельного програмування; методи вирішення транспортних задач; основні методи вирішення нелінійних оптимізаційних задач; основні методи сіткового планування; динамічного програмування; управління запасами; теорії систем масового обслуговування; теорії ігор;

- вміти визначати керовані і некеровані показники операції; вибрати показники ефективності операції відповідно до поставленої мети; застосовувати відповідні методи вирішення оптимізаційних задач лінійного і нелінійного вигляду; визначати оптимальні плани виробництва, перевезень; аналізувати стійкість отриманих оптимальних планів; формувати оптимальні плани розвитку соціально-економічних та технічних систем на підставі вирішення задач цілочисельного програмування; визначати оптимальне управління в задачі динамічного програмування; будувати мережі мінімальної довжини, найкоротші маршрути на мережі, максимальні та оптимальні потоки в мережі; визначати оптимальні об'єми замовлень, планувати багатоетапне виробництво із складуванням; знаходити середнє число приладів, що простоюють, коефіцієнти простою та зайнятості, абсолютну пропускну здатність та середню довжину черги для розімкнених систем масового обслуговування; будувати розв'язки простих стратегічних ігор двох гравців з нульовою сумою.

2.3. Найменування та опис компетентностей, формування котрих забезпечує вивчення дисципліни:

- здатність використовувати у професійній діяльності основні положення, методи, принципи фундаментальних та прикладних наук;
- здатність виконувати розрахунки технологічних процесів в галузі;
- здатність збирати, аналізувати та інтерпретувати інформацію (дані) відповідно до спеціалізації.

2.4. Передумови для вивчення дисципліни

Для успішного освоєння дисципліни потрібно використовувати знання та вміння з раніше вивчених дисциплін «Вища математика», «Сучасні інформаційні технології».

2.5. Результати навчання.

Аналізувати та оцінювати ризики, проблеми у професійній діяльності й обирати ефективні шляхи їх вирішення.

Виконувати розрахунки, що відносяться до сфери професійної діяльності.

Розв'язувати типові спеціалізовані задачі, пов'язані з вибором матеріалів, виконанням необхідних розрахунків, конструюванням, проектуванням технічних об'єктів у предметній галузі (відповідно до спеціалізації).

3. Програма дисципліни «Методи дослідження операцій»

Змістовий модуль 1 – Лінійне програмування.

Тема 1. Постановка загальної задачі дослідження операцій.

Предмет та основні поняття ДО. Основні етапи операційного дослідження. Типові задачі ДО та їх характеристика. Історія виникнення та напрямки розвитку дослідження операцій. Моделювання організаційних систем. Основні задачі курсу дослідження операцій.

Література [1, 3, 4, 5]

Тема 2. Загальна задача лінійного програмування та методи її розв'язування.

Постановка загальної задачі лінійного програмування (ЗЛП). Канонічна форма ЗЛП. Приклади задач, що зводяться до ЗЛП: а) задача планування виробництва; б) задача про розкрій матеріалів. Графічний метод розв'язування ЗЛП та його наслідки. Поняття базисного плану ЗЛП. Методи побудови початкового базисного плану ЗЛП. Симплексний метод розв'язування ЗЛП. Критерій оптимальності розв'язку ЗЛП.

Література [1, 2, 3, 12, 13]

Тема 3. Теорія двоїстості та кількісний аналіз оптимізаційних розрахунків.

Двоїстість у задачах лінійного програмування: правила побудови двоїстих задач та їх основні класи. Основні теореми двоїстості. Двоїстий симплекс-метод. Економіко-математичний аналіз отриманих розрахунків.

Література [1, 2, 3, 7, 10]

Тема 4. Транспортна задача та методи її розв'язування.

Загальна постановка транспортної задачі та її математична модель (ТЗ). Критерій розв'язності ТЗ. Відкрита та закрита ТЗ. Методи побудови початкового базисного плану

ТЗ: діагональний метод; метод найменшої вартості. Метод потенціалів розв'язування ТЗ. Цикл ТЗ. Приклад розв'язування відкритої ТЗ.

Література [Література [1, 2, 3, 9, 10]

Тема 5. Задача цілочислового лінійного програмування.

Постановка задачі цілочислового лінійного програмування (ЗЦЛП). Методи розв'язування ЗЦЛП: метод Гоморі; метод “віток і мереж”. Приклади задач цілочислового лінійного програмування: задача про призначення; задача про вибір вантажу (задача про комівояжера).

Література [Література [1, 2, 3, 8, 10]

Тема 6. Основи динамічного програмування.

Постановка задачі динамічного програмування. Методи розв'язування задач динамічного програмування. Приклади багатокрокових процесів. Ідея методу динамічного програмування. Принцип оптимальності Беллмана. Алгоритм розв'язування задач динамічного програмування. Модель оптимального розподілу фінансових ресурсів між інвестиційними проектами. Модель оптимальної заміни устаткування.

Література [1, 10]

Змістовий модуль 2 – Нелінійне програмування. Управління в організаційних системах.

Тема 7. Розв'язування задач нелінійного програмування.

Постановка задачі нелінійного програмування та її характерні особливості. Геометрична інтерпретація ЗНП. Основні види задач нелінійного програмування. Методи розв'язування ЗНП. Метод множників Лагранжа. Задачі випуклого програмування. Задачі квадратичного програмування. Прикладне використання методу множників Лагранжа.

Література [1, 10]

Тема 8. Моделі управління запасами.

Загальна постановка задачі. Модель управління запасами при миттєвому постачанні. Формула Уілсона. Модель рівномірного постачання. Модель управління запасами, що враховує випадковий характер споживання. Модель випадкового попиту. Модель управління запасами, що враховує розрив цін.

Література [7]

Тема 9. Моделі та методи мережевої оптимізації.

Поняття графа та мережі. Матричне представлення графа. Побудову графа мінімальної довжини. Алгоритм оптимізації сполучень вершин графа. Оцінка сумарної довжини сполучень. Алгоритм побудови мінімального покриваючого дерева. Алгоритми визначення найкоротшого шляху (Дейкстри та Флойда) між вузлами мережі. Приклади задач на аналіз максимальної пропускної здатності мережі. Теорема Форда-Фалкерсона про максимальний потік в мережі.

Література [7, 10]

Тема 10. Моделювання систем масового обслуговування.

Основні задачі масового обслуговування. Опис системи (СМО). Моделювання обслуговування в системі. Основні характеристики СМО.

Література [1, 7]

Тема 11. Ігрове моделювання.

Предмет та основні поняття теорії ігор. Класифікація ігор. Оптимальний розв'язок в іграх двох осіб з нульовою сумою. Змішані стратегії. Розв'язання ігор $2 \times m$. Розв'язання ігор $n \times 2$. Зведення задач теорії ігор до задач лінійного програмування.

Література [1, 8]

4.

Структура залікового кредиту дисципліни
Методи дослідження операцій

денна форма навчання

	Кількість годин					Контрольні заходи
	Лекції	Практичні заняття	СРС	ІРС	Тренінг	
Тема 1. Постановка загальної задачі дослідження операцій.	2	2	7	1	8	Поточне опитування, тс практичні завдання
Тема 2 Загальна задача лінійного програмування та методи її розв'язування.	4	4	7			
Тема 3. Теорія двоїстості та кількісний аналіз оптимізаційних розрахунків.	2	2	7			
Тема 4. Транспортна задача та методи її розв'язування.	4	4	8	1		
Тема 5. Задача цілочислового лінійного програмування.	4	4	7			
Тема 6. Основи динамічного програмування.	2	2	7			
Тема 7. Розв'язування задач нелінійного програмування.	4	4	7	1		
Тема 8. Моделі управління запасами.	2	2	7			
Тема 9. Моделі та методи мережевої оптимізації	2	2	7			
Тема 10. Моделювання систем масового обслуговування.	2	2	7			
Тема 11. Ігрове моделювання.	2	2	7	1		
Разом	30	30	78	4	8	

5. Тематика практичних занять.

Практичне заняття 1.

Тема: Постановка загальної задачі дослідження операцій.

1. Основні поняття та визначення. Ефективність операцій.
2. Загальні відомості про математичні моделі операцій.
3. Основні етапи математичного моделювання.
4. Класифікація моделей.
5. Фактори якості моделі.
6. Система як об'єкт математичного моделювання (на прикладі економічної системи).
7. Постановка задач лінійного програмування.
8. Задача про використання ресурсів.
9. Узагальнена модель оптимального планування.
10. Задача про складання кормового раціону.
11. Задача про оптимальний розкрій матеріалів.

Практичне заняття 2.

Тема: Загальна задача лінійного програмування та методи її розв'язування.

1. Дві стандартні форми ЗЛП. Перехід від однієї стандартної форми до іншої.
2. Графічний метод розв'язання ЗЛП.
3. Симплексний метод розв'язання ЗЛП.

Практичне заняття 3.

Тема: Загальна задача лінійного програмування та методи її розв'язування.

1. Метод штучного базису.
2. Розв'язування задач лінійного програмування з допомогою пакетів Excel та Matlab.

Практичне заняття 4.

Тема: Теорія двоїстості та кількісний аналіз оптимізаційних розрахунків.

1. Двоїстість у задачах лінійного програмування.
2. Правила побудови двоїстих задач та їх основні класи.
3. Основні теореми двоїстості.
4. Двоїстий симплекс-метод.
5. Економіко-математичний аналіз отриманих розрахунків.

Практичне заняття 5, 6.

Тема: Транспортна задача та методи її розв'язування.

1. Загальна постановка транспортної задачі.
2. Математична модель ТЗ. Критерій розв'язності ТЗ.
3. Відкрита та закрита ТЗ.

4. Методи побудови початкового базисного плану ТЗ: діагональний метод; метод найменшої вартості.
5. Метод потенціалів розв'язування ТЗ.
6. Побудова циклів ТЗ.
7. Розв'язування відкритої ТЗ.

Практичне заняття 7, 8.

Тема: Задача цілочислового лінійного програмування та методи їх розв'язування.

1. Постановка задачі цілочислового лінійного програмування (ЗЦЛП).
2. Розв'язування ЗЦЛП методом Гоморі.
3. Розв'язування ЗЦЛП методом “віток і мереж”.
4. Задача про призначення.
5. Задача про комівояжера.

Практичне заняття 9.

Тема: Основи динамічного програмування.

1. Постановка задачі динамічного програмування.
2. Методи розв'язування задач динамічного програмування.
3. Приклади багатокрокових процесів.
4. Ідея методу динамічного програмування.
5. Принцип оптимальності Беллмана.
6. Алгоритм розв'язування задач динамічного програмування.
7. Модель оптимального розподілу фінансових ресурсів між інвестиційними проектами.
8. Модель оптимальної заміни устаткування.

Практичне заняття 10, 11.

Тема: Розв'язування задач нелінійного програмування.

1. Постановка задачі нелінійного програмування та її характерні особливості.
2. Геометрична інтерпретація ЗНП.
3. Основні види задач нелінійного програмування.
4. Методи розв'язування ЗНП. Метод множників Лагранжа.
5. Задачі випуклого програмування.
6. Задачі квадратичного програмування.
7. Прикладне використання методу множників Лагранжа.

Практичне заняття 12.

Тема: Моделі управління запасами.

1. Загальна постановка задачі.
2. Модель управління запасами при миттєвому постачанні. Формула Уілсона.
3. Модель рівномірного постачання.

4. Модель управління запасами, що враховує випадковий характер споживання. Модель випадкового попиту.
5. Умова достатності страхового запасу. Оцінка обсягу страхового запасу за допомогою функції Лапласа.
6. Модель управління запасами, що враховує розрив цін.

Практичне заняття 13.

Тема: Моделі та методи мережевої оптимізації.

1. Поняття графа та мережі.
2. Матричне представлення графа.
3. Побудова графа мінімальної довжини. Алгоритм оптимізації сполучень вершин графа.
4. Побудова оптимального маршруту на мережі. Алгоритми визначення найкоротшого шляху (Дейкстри та Флойда).
5. Розв'язування задач задач на аналіз максимальної пропускної здатності мережі.
6. Теорема Форда-Фалкерсона про максимальний потік в мережі.

Практичне заняття 14.

Тема: Моделювання систем масового обслуговування.

1. Основні задачі масового обслуговування.
2. Опис системи (СМО).
3. Моделювання обслуговування в системі.
4. Основні характеристики СМО.

Практичне заняття 15.

Тема: Ігрове моделювання.

1. Предмет та основні поняття теорії ігор. Класифікація ігор.
2. Оптимальний розв'язок в іграх двох осіб з нульовою сумою.
3. Змішані стратегії.
4. Розв'язання ігор $2 \times m$.
5. Розв'язання ігор $n \times 2$.
6. Зведення задач теорії ігор до задач лінійного програмування.

6. Самостійна робота

Індивідуальні завдання для самостійної роботи з дисципліни Методи дослідження операцій виконується самостійно кожним студентом. Самостійна робота охоплює усі основні теми дисципліни Методи дослідження операцій. Метою виконання самостійної роботи є оволодіння навичками застосування елементів моделювання систем при розв'язуванні задач. Самостійна робота оформлюється у відповідності з встановленими вимогами та оцінюється за 100-бальною шкалою, а також визначається підсумкова оцінка (як середня арифметична з проміжних оцінок). Виконання самостійної роботи є одним із обов'язкових складових модулів залікового кредиту з даної дисципліни.

Завдання для самостійної роботи з дисципліни «Методи дослідження операцій»

Номер варіанта співпадає з номером по списку в журналі.

Задача 1

Побудувати на площині множину розв'язків системи лінійних обмежень нерівностей і знайти екстремальні значення цільової лінійної функції в цій області ($x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$).

$$1. \quad z = 4x_1 + 2x_2 + 15, \quad \begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 4, \\ 3x_1 + 2x_2 \geq 6, \\ 9x_1 + 8x_2 \leq 72, \\ -x_1 + x_2 \leq 5. \end{cases} \quad \begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \leq 24, \\ x_1 + x_2 \geq 2, \\ x_1 - 2x_2 \leq 2, \\ -2x_1 + 3x_2 \leq 6. \end{cases}$$

$$2. \quad z = x_1 - 3x_2, \quad \begin{cases} 10x_1 + 3x_2 \geq 30, \\ x_1 - x_2 \geq 4, \\ x_1 + x_2 \leq 10, \\ -x_1 + x_2 \geq 3. \end{cases} \quad \begin{cases} -4x_1 + 3x_2 \leq 12, \\ x_1 - 2x_2 \leq 4, \\ 6x_1 + 7x_2 \geq 42. \end{cases}$$

$$3. \quad z = 4x_1 + 3x_2, \quad \begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_1 + 2x_2 \geq 2, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 3. \end{cases} \quad \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 \geq 10, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 6, \\ x_1 + 2x_2 \geq 4, \\ 7x_1 + 6x_2 \leq 42. \end{cases}$$

$$4. \quad z = 2x_1 - 4x_2, \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 11, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_1 - x_2 \leq 2, \\ -2x_1 + 4x_2 \geq 4. \end{cases} \quad \begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 6, \\ 2x_1 + 5x_2 \geq 10, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 6, \\ x_1 \leq 4. \end{cases}$$

$$5. \quad z = 4x_1 + 6x_2, \quad \begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 9, \\ x_1 + 2x_2 \geq 8, \\ x_1 + 6x_2 \geq 12. \end{cases} \quad \begin{cases} -3x_1 - 2x_2 + 20, \\ x_1 - 2x_2 \leq 4, \\ -3x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ 5x_1 + 2x_2 \geq 10, \\ x_1 \leq 4. \end{cases}$$

$$6. \quad z = -7x_1 - 5x_2, \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 18, \\ 2x_1 - x_2 \leq 12, \\ x_2 \leq 5, \\ x_1 \leq 6. \end{cases} \quad \begin{cases} 13. \quad z = 2x_1 + 3x_2 + 16, \\ 2x_1 - 5x_2 \leq 10, \\ -2x_1 + 5x_2 \leq 10, \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 12. \end{cases}$$

$$7. \quad z = -2x_1 + 3x_2 + 16, \quad \begin{cases} 5x_1 - 2x_2 \leq 10, \\ x_1 + x_2 \leq 3, \\ 4x_1 + 3x_2 \geq 12. \end{cases} \quad \begin{cases} 14. \quad z = 4x_1 + 6x_2, \\ 3x_1 + x_2 \geq 9, \\ x_1 + 2x_2 \geq 8, \\ x_1 + 6x_2 \geq 12. \end{cases}$$

$$8. \quad z = -5x_1 - 2x_2 + 20, \quad \begin{cases} x_1 - x_2 \geq 0, \\ x_1 + 3x_2 \geq 6, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 21. \end{cases}$$

$$16. z = -7x_1 - 5x_2, \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 18, \\ 2x_1 - x_2 \leq 12, \\ x_2 \leq 5, \\ x_1 \leq 6. \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 \leq 12, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 24. \end{cases}$$

$$17. z = 12x_1 + 3x_2 + 20, \quad \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 \geq 20, \\ x_1 + 2x_2 \geq 14, \\ 2x_1 - 2x_2 \leq 6. \end{cases}$$

$$18. z = -2x_1 - 4x_2 + 25, \quad \begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 10, \\ -3x_1 + 2x_2 \leq 12, \\ 4x_1 + 7x_2 \geq 28. \end{cases}$$

$$19. z = 4x_1 + 3x_2 + 10, \quad \begin{cases} x_1 + 3x_2 \geq 6, \\ -3x_1 + x_2 \leq 9, \\ x_1 - x_2 \leq 3. \end{cases}$$

$$20. z = 3x_1 + 4x_2 + 8, \quad \begin{cases} x_1 - 3x_2 \leq 0, \\ 2x_1 + x_2 \geq 6, \\ x_1 + x_2 \leq 10, \\ -x_1 + x_2 \leq 3. \end{cases}$$

$$21. z = x_1 + 3x_2, \quad \begin{cases} -x_1 - x_2 \geq -3, \\ 6x_1 + x_2 \leq 18, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 6, \\ x_1 + x_2 = 4. \end{cases}$$

$$22. z = 2x_1 + 3x_2 + 16, \quad \begin{cases} 2x_1 - 5x_2 \leq 10, \\ -2x_1 + 5x_2 \leq 10, \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 12. \end{cases}$$

$$23. z = 4x_1 + 6x_2 + 6,$$

$$24. z = 4x_1 + 2x_2 + 20, \quad \begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ x_1 + x_2 \geq 4, \\ x_1 - x_2 \leq 5, \\ 7x_1 + 8x_2 \leq 56. \end{cases}$$

$$25. z = -2x_1 - 2x_2 + 15, \quad \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \geq 12, \\ 4x_1 + 3x_2 \geq 12, \\ x_1 \leq 6, \\ x_1 + 2x_2 \leq 8. \end{cases}$$

$$26. z = -5x_1 + 3x_2 + 10, \quad \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 18, \\ 5x_1 + 2x_2 \geq 10, \\ -x_1 + x_2 \leq 3. \end{cases}$$

$$27. z = 4x_1 + 6x_2 + 20, \quad \begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ x_1 + x_2 \leq 8, \\ 3x_1 - 2x_2 \leq 6. \end{cases}$$

$$28. z = -3x_1 - 5x_2 + 8, \quad \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 \leq 15, \\ -2x_1 + 3x_2 \leq 18, \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 24, \\ x_1 + x_2 \geq 2. \end{cases}$$

$$29. z = 2x_1 + 3x_2, \quad \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 4, \\ 6x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ x_1 + 5x_2 \geq 10. \end{cases}$$

$$30. z = 2x_1 + 5x_2 + 12, \quad \begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 3, \\ x_1 - 3x_2 \leq 0, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 24. \end{cases}$$

Задача 2

- З двох сортів бензину утворюють для певних потреб дві суміші: A і B . Суміш A містить 60% бензину 1-го сорту і 40% 2-го сорту; суміш B містить 80% бензину 1-го сорту і 20% 2-го сорту. 1 кг суміші A коштує 10 грн., 1 кг суміші B – 12 грн. Бензину 1-го сорту є в наявності 50 т і 2-го сорту – 30 т. Скільки треба виготовити окремо суміші A і B , щоб прибуток від її реалізації був максимальний?
- Для відгодівлі групи тварин використовують чотири види кормів: B_1, B_2, B_3, B_4 . У таблиці показано кількість умовних вагових одиниць поживних речовин A_1, A_2, A_3 в 1 кг кожного виду кормів, добову потребу кожної групи тварин у поживних речовинах B_1, B_2, B_3, B_4 (в умовних вагових одиницях) і вартість 1 кг кормів (в умовних грошових одиницях).

Поживні речовини	Види кормів				Добова потреба в поживних речовинах
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	1	2	2	1	64
A_2	0	3	1	1	39
A_3	2	1	0	3	35
Вартість 1 кг кормів	2	1	3	4	

Визначити, скільки треба купувати на добу кожного виду корму B_1, B_2, B_3, B_4 , щоб задовольнити потребу в поживних речовинах і щоб витрати на корми були мінімальними.

(Умовна вагова одиниця поживних речовин становить деяку частину вагової одиниці – кілограма.)

3. На підприємстві є три види основного устаткування A_1, A_2, A_3 , на якому можна виготовляти вироби чотирьох видів: B_1, B_2, B_3, B_4 . Збут цих виробів необмежений, підприємство само планує асортимент і величину випуску продукції, сировину також можна придбати в потрібній кількості (вона не обмежує виробництво). Можливості виробництва лімітує лише фонд часу використання основного устаткування, який не може бути перевищений для кожного його виду. Відомо фонд часу використання кожного виду устаткування (в хвилинах), потребу в часі його використання для кожного виду і величину прибутку, яку одержує підприємство за одиницю кожного виробу. Ці дані розміщено в таблиці:

Назва устаткування	Витрати часу на одиницю виробу				Щомісячний фонд часу
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	1	0	6	3	12000
A_2	2	3	2	2	23000
A_3	2	3	0	1	22000
Ціна прибутку за одиницю виробу (в грн.)	+0,45	+0,5	+0,2	+0,6	

Визначити, скільки треба випускати щомісяця виробів кожного виду, щоб мати максимальний прибуток від виробництва.

4. Завод додатково освоїв випуск продукції чотирьох видів B_1, B_2, B_3, B_4 . Для випуску цієї продукції потрібна сировина чотирьох видів: A_1, A_2, A_3, A_4 , яку завод може одержувати щомісяця в обмеженій кількості. Кількість сировини кожного виду, яка потрібна для виготовлення кожного виду асортименту продукції, ціна кожного виду асортименту продукції, а також щомісячне надходження сировини для виготовлення продукції подано в таблиці:

Види сировини	Витрати часу на одиницю виробу				Щомісячне надходження сировини (в умовних одиницях)
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	2	4	6	8	1260
A_2	2	2	0	6	900
A_3	0	1	1	2	530
A_4	1	0	1	0	210
Прибуток від реалізації одного виробу	8	10	12	18	

Визначити, який асортимент продукції і в якій кількості повинен випускати завод, щоб прибуток від її реалізації був максимальним.

5. Для нормального проходження технологічного процесу на одному з цехів хімічного заводу потрібні хімічні речовини A_1, A_2, A_3 , місячна норма яких повинна бути не менша, відповідно, 48, 60 і 80 вагових одиниць. Ці речовини містяться в сумішах B_1, B_2, B_3 . Вміст кожної з речовин A_1, A_2, A_3 в кожній із сумішей B_1, B_2, B_3 , а також ціну (в гривнях) 1 л суміші подано в таблиці:

Види хімічних	Мінімальна	міст хімічних речовин у сумішах у
---------------	------------	-----------------------------------

речовин	потреба	вагових одиницях (1 л суміші)		
		B_1	B_2	B_3
A_1	48	1	0	2
A_2	60	2	3	0
A_3	80	0	2	4
на суміші		2	3	4

Яку кількість треба щомісяця купувати суміші B_1, B_2, B_3 , щоб задовольнити потребу цеху хімічного заводу в хімічних речовинах A_1, A_2, A_3 і щоб витрати на ці закупки були мінімальними?

6. У господарстві 30 га угідь. Ресурси пального становлять 15 т. Є можливість замовити техніку з такими показниками: перший вид – розхід пального 0,2 т/год., ширина захвату 30 м; другий вид – розхід пального 0,5 т/год., захват 45 м. Швидкість оранки кожного агрегату становить 20 км/год. Визначити склад техніки, що забезпечує обробку всіх угідь за найменший час.
7. На підприємстві є в наявності два види станків: 1) продуктивність 20 дет./год., споживання електроенергії – 300 вт/год.; 2) продуктивність 30 дет./год., споживання електроенергії – 500 вт/год. Ліміт витрат електроенергії становить 8 квт. Необхідно виготовити 500 деталей за мінімальний час.
8. Площа сільськогосподарських угідь становить 300 га. Передбачається вирощувати три види культур. Передбачувана врожайність 25 ц/га, 34 ц/га, 17 ц/га. Розхід насіння на посів 2 ц/га, 4 ц/га, 1 ц/га при наявності в загальному 600 ц насіння. Ліміт пального на посівну – 50 т, розхід пального на обробку 1 га становить 0,2 т/га. Скласти план посіву, що забезпечить максимальний врожай.
9. Фірма рекламує свою продукцію з використанням 4-х засобів масової інформації (ЗМІ). З попереднього досвіду відомо, що відповідні засоби приводять до збільшення прибутку на 10, 3, 7, 4\$ в розрахунку на 1\$ затрат на рекламу. Розподіл бюджету на рекламу такий:
- повний бюджет не перевищує 500 тис.\$
 - слід витратити не більше 40% бюджету на ЗМІ1 і 20% – на ЗМІ4.
- Внаслідок привабливості ЗМІ2, його рекомендується використовувати не менше половини ЗМІ1. Скласти план розподілу коштів для забезпечення максимальної ефективності рекламної кампанії.
10. Фірма займається складанням діти, що містить принаймні 20 од. білків, 30 од. вуглеводів, 10 од. жирів, 40 од. вітамінів. Як дешевше всього досягти цього при вказаних в таблиці цінах на 1 кг (або 1 л) п'яти продуктів:

	Кліб	Соя	Риба	Фрукти	Молоко
білки	2	12	10	1	2
вуглеводи	12	0	0	4	3
жир	1	8	3	0	4
вітаміни	2	2	4	6	2
ціна	12	36	32	18	10

11. Фірма виробляє два види деталей A і B , кожний з яких обробляється на трьох видах станків. Час обробки на кожній стадії приведено в таблиці:

Тип деталі	Час обробки			Прибуток від продажу однієї деталі
	Станок №1	Станок №2	Станок №3	
A	0,01	0,02	0,04	80
B	0,02	0,01	0,01	125
Повний можливий час роботи	160	120	150	

Фірма бажає виготовляти деталі, максимізуючи свої прибутки.

12. Компанія імпортує червоні вина трьох марок:

Марка вина	Ціна 1 пляшки, \$	Кількість імпортованих пляшок в рік
Француз. бургундське	2,16	100000
Француз. бордо	1,92	130000
Іспанське червоне	1,0	150000

Червоні вина змішуються для одержання столових марок трьох видів:

Марка столового вина	Вміст червоного вина %		Макс. к-ть прод. пляшок в рік	Ціна 1 пляшки
	не менше	не більше		
Бургундське	30 (бургунд.)	50 (ісп.червоне)	200000	3,92
Бордо-Сент-Жорж	30 (бургунд.)	30 (ісп.червоне)	не обмежено	4,92
Емільон-Бордо	60 (бордо)	30 (ісп.червоне)	180000	4,16

Вирішити задачу, враховуючи, що прибуток – єдине, що цікавить фірму.

13. Аудиторії університету розраховані не більше, ніж на 500 студентів. Університет не приймає більше, ніж 4000 студентів своєї країни, але дозволяє прийом необмеженої кількості іноземних студентів. Персонал університету складає 440 чол. Для навчання 12 студентів своєї країни і 10 іноземних потрібен один викладач. Необхідно, щоб 40% студентів даної країни і 80% іноземних мали змогу розміститися в аудиторіях, що мають 2800 місць. Університет отримує 2000\$ в рік з державних коштів на кожного студента своєї країни і бере плату 3000\$ в рік з кожного іноземного студента. Вважаючи, що метою університету є одержання максимального прибутку, визначити, який прийом своїх та іноземних студентів слід планувати. Покажіть, що максимальний річний дохід складає 11 850 000\$.
14. У власності компанії три заводи A , B , C . Відповідні вартості на виробництво одиниці продукції 26, 23, 22. Об'єм виробництва 6000, 3000, 3000 одиниць відповідно. Компанія зобов'язалась поставляти 1500, 2500, 2700, 3300 од. в міста W , X , Y , Z . При заданих вартостях перевозок скласти оптимальні плани виробництва і розподілу.

Місто	Вартість транспортування		
	A	B	C
W	1	9	6
X	4	2	1
Y	1	2	7
Z	9	8	3

15. Компанія володіє двома фабриками $F1$ і $F2$. Фабрики на протязі деякого періоду випускають 16 і 12 тис. виробів відповідно при нормальних темпах виробництва. При інтенсивній роботі ці показники можна підвищити до 20 і 14 тис. виробів. Додаткова вартість виробництва 1000 од. при інтенсивній роботі на $F1$ і $F2$ складає 8 од. Компанія постачає трьох споживачів $C1$, $C2$, $C3$, потреби яких на протязі одного і того ж періоду складають відповідно 10, 13, 17 тис. виробів. Вартості перевозок 1 тис. виробів з фабрик:

Фабрика	Споживач		
	$C1$	$C2$	$C3$

$F1$	5	4	6
$F2$	6	3	2

Знайти оптимальні плани виробництва і розподілу.

16. Державний заклад отримав пропозиції від фірм $F1$, $F2$, $F3$ на придбання фірмової форми трьох розмірів $S1$, $S2$, $S3$:

Фірма	Вартість однієї форми		
	$S1$	$S2$	$S3$
$F1$	110	115	126
$F2$	107	115	130
$F3$	104	109	116

Повинні бути заключні контракти на продажу 1000 уніформ розміру $S1$, 1500 – розміру $S2$ і 1200 уніформ розміру $S3$, але обмеженість виробничих потужностей фірм призводить до того, що загальна кількість заказів не може перебільшувати 1000 шт. для $F1$, 1500 шт. – для $F2$ і 2500 шт. для $F3$. Необхідно, щоб контракти були укладені з мінімізацією загальної вартості, однак обмеження повинні бути розподілені по фірмам якомога справедливніше. Як слід розподілити замовлення для виконання цих вимог?

17. З двох сортів бензину утворюють для певних потреб дві суміші: A і B . Суміш A містить 60% бензину 1-го сорту і 40% 2-го сорту; суміш B містить 80% бензину 1-го сорту і 20% 2-го сорту. 1 кг суміші A коштує 10 грн., 1 кг суміші B – 12 грн. Бензину 1-го сорту є наявності 50 т і 2-го сорту – 30 т. Скільки треба виготовити окремо суміші A і B , щоб прибуток від її реалізації був максимальний?
18. Для відгодівлі групи тварин використовують чотири види кормів: B_1 , B_2 , B_3 , B_4 . У таблиці показано кількість умовних вагових одиниць поживних речовин A_1 , A_2 , A_3 в 1 кг кожного виду кормів, добову потребу кожної групи тварин у поживних речовинах B_1 , B_2 , B_3 , B_4 (в умовних вагових одиницях) і вартість 1 кг кормів (в умовних грошових одиницях).

Поживні речовини	Види кормів				Добова потреба в поживних речовинах
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	1	2	2	1	64
A_2	0	3	1	1	39
A_3	2	1	0	3	35
Вартість 1 кг кормів	2	1	3	4	

Визначити, скільки треба купувати на добу кожного виду корму B_1 , B_2 , B_3 , B_4 , щоб задовольнити потребу в поживних речовинах і щоб витрати на корми були мінімальними.

(Умовна вагова одиниця поживних речовин становить деяку частину вагової одиниці – кілограма.)

19. На підприємстві є три види основного устаткування A_1 , A_2 , A_3 , на якому можна виготовляти вироби чотирьох видів: B_1 , B_2 , B_3 , B_4 . Збут цих виробів необмежений, підприємство само планує асортимент і величину випуску продукції, сировину також можна придбати в потрібній кількості (вона не обмежує виробництво). Можливості виробництва лімітує лише фонд часу використання основного устаткування, який не може бути перевищений для кожного його виду. Відомо фонд часу використання кожного виду устаткування (в хвилинах), потребу в часі його використання для кожного виду і величину прибутку, яку одержує підприємство за одиницю кожного виробу. Ці дані розміщено в таблиці:

Назва устаткування	Витрати часу на одиницю виробу				Щомісячний фонд часу
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	1	0	6	3	12000
A_2	2	3	2	2	23000
A_3	2	3	0	1	22000
Ціна прибутку за одиницю виробу (в грн.)	+0,45	+0,5	+0,2	+0,6	

Визначити, скільки треба випускати щомісяця виробів кожного виду, щоб мати максимальний прибуток від виробництва.

20. Завод додатково освоїв випуск продукції чотирьох видів B_1, B_2, B_3, B_4 . Для випуску цієї продукції потрібна сировина чотирьох видів: A_1, A_2, A_3, A_4 , яку завод може одержувати щомісяця в обмеженій кількості. Кількість сировини кожного виду, яка потрібна для виготовлення кожного виду асортименту продукції, ціна кожного виду асортименту продукції, а також щомісячне надходження сировини для виготовлення продукції подано в таблиці:

Види сировини	Витрати часу на одиницю виробу				Щомісячне надходження сировини (в умовних одиницях)
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	2	4	6	8	1260
A_2	2	2	0	6	900
A_3	0	1	1	2	530
A_4	1	0	1	0	210
Прибуток від реалізації одного виробу	8	10	12	18	

Визначити, який асортимент продукції і в якій кількості повинен випускати завод, щоб прибуток від її реалізації був максимальним.

21. Для нормального проходження технологічного процесу на одному з цехів хімічного заводу потрібні хімічні речовини A_1, A_2, A_3 , місячна норма яких повинна бути не менша, відповідно, 48, 60 і 80 вагових одиниць. Ці речовини містяться в сумішах B_1, B_2, B_3 . Вміст кожної з речовин A_1, A_2, A_3 в кожній із сумішей B_1, B_2, B_3 , а також ціну (в гривнях) 1 л суміші подано в таблиці:

Види хімічних речовин	Мінімальна потреба	міст хімічних речовин у сумішах у вагових одиницях (1 л суміші)		
		B_1	B_2	B_3
A_1	48	1	0	2
A_2	60	2	3	0
A_3	80	0	2	4
на суміші		2	3	4

Яку кількість треба щомісяця купувати суміші B_1, B_2, B_3 , щоб задовольнити потребу цеху хімічного заводу в хімічних речовинах A_1, A_2, A_3 і щоб витрати на ці закупки були мінімальними?

22. У господарстві 30 га угідь. Ресурси пального становлять 15 т. Є можливість замовити техніку з такими показниками: перший вид – розхід пального 0,2 т/год., ширина захвату 30 м; другий вид – розхід пального 0,5 т/год., захват 45 м. Швидкість оранки кожного агрегату становить 20 км/год. Визначити склад техніки, що забезпечує обробку всіх угідь за найменший час.

23. На підприємстві є в наявності два види станків: 1) продуктивність 20 дет./год., споживання електроенергії – 300 вт/год.; 2) продуктивність 30 дет./год., споживання електроенергії – 500 вт/год. Ліміт витрат електроенергії становить 8 квт. Необхідно виготовити 500 деталей за мінімальний час.

24. Площа сільськогосподарських угідь становить 300 га. Передбачається вирощувати три види культур. Передбачувана врожайність 25 ц/га, 34 ц/га, 17 ц/га. Розхід насіння на посів 2 ц/га, 4 ц/га, 1 ц/га при наявності в загальному 600 ц насіння. Ліміт пального на посівну – 50 т, розхід пального на обробку 1 га становить 0,2 т/га. Скласти план посіву, що забезпечить максимальний врожай.

25. Фірма рекламує свою продукцію з використанням 4-х засобів масової інформації (ЗМІ). З попереднього досвіду відомо, що відповідні засоби приводять до збільшення прибутку на 10, 3, 7, 4\$ в розрахунку на 1\$ затрат на рекламу. Розподіл бюджету на рекламу такий:

- 3) повний бюджет не перевищує 500 тис.\$
- 4) слід витратити не більше 40% бюджету на ЗМІ1 і 20% – на ЗМІ4.

Внаслідок привабливості ЗМІ2, його рекомендується використовувати не менше половини ЗМІ1. Скласти план розподілу коштів для забезпечення максимальної ефективності рекламної кампанії.

26. Фірма займається складанням дієти, що містить принаймні 20 од. білків, 30 од. вуглеводів, 10 од. жирів, 40 од. вітамінів. Як дешевше всього досягти цього при вказаних в таблиці цінах на 1 кг (або 1 л) п'яти продуктів:

	Кліб	Соя	Риба	Фрукти	Молоко
білки	2	12	10	1	2
вуглеводи	12	0	0	4	3
жир	1	8	3	0	4
вітаміни	2	2	4	6	2
ціна	12	36	32	18	10

27. Фірма виробляє два види деталей А і Б, кожний з яких обробляється на трьох видах станків. Час обробки на кожній стадії приведено в таблиці:

Тип деталі	Час обробки			Прибуток від продажу однієї деталі
	Станок №1	Станок №2	Станок №3	
А	0,01	0,02	0,04	80
Б	0,02	0,01	0,01	125
Повний можливий час роботи	160	120	150	

Фірма бажає виготовляти деталі, максимізуючи свої прибутки.

28. Компанія імпортує червоні вина трьох марок:

Марка вина	Ціна 1 пляшки, \$	Кількість імпортованих пляшок в рік
Француз. бургундське	2,16	100000
Француз. бордо	1,92	130000
Іспанське червоне	1,0	150000

Червоні вина змішуються для одержання столових марок трьох видів:

Марка столового вина	Вміст червоного вина %		Макс. к-ть прод. пляшок в рік	Ціна 1 пляшки
	не менше	не більше		
Божеле	30 (бургунд.)	50 (ісп. червоне)	200000	3,92
Нюї-Сент-Жорж	30 (бургунд.)	30 (ісп. червоне)	не обмежено	4,92
Сент-Емільон	60 (бордо)	30 (ісп. червоне)	180000	4,16

Вирішити задачу, враховуючи, що прибуток – єдине, що цікавить фірму.

29. Аудиторії університету розраховані не більше, ніж на 500 студентів. Університет не приймає більше, ніж 4000 студентів своєї країни, але дозволяє прийом необмеженої кількості іноземних

студентів. Персонал університету складає 440 чол. Для навчання 12 студентів своєї країни і 10 іноземних потрібен один викладач. Необхідно, щоб 40% студентів даної країни і 80% іноземних мали змогу розміститися в аудиторіях, що мають 2800 місць. Університет отримує 2000\$ в рік з державних коштів на кожного студента своєї країни і бере плату 3000\$ в рік з кожного іноземного студента. Вважаючи, що метою університету є одержання максимального прибутку, визначити, який прийом своїх та іноземних студентів слід планувати. Покажіть, що максимальний річний дохід складає 11 850 000\$.

30. У власності компанії три заводи A , B , C . Відповідні вартості на виробництво одиниці продукції 26, 23, 22. Об'єм виробництва 6000, 3000, 3000 одиниць відповідно. Компанія зобов'язалась поставляти 1500, 2500, 2700, 3300 од. в міста W , X , Y , Z . При заданих вартостях перевозок скласти оптимальні плани виробництва і розподілу.

Місто	Вартість транспортування		
	A	B	C
W	1	9	6
X	4	2	1
Y	1	2	7
Z	9	8	3

Задача 3

Знайти оптимальний план транспортної задачі, де c_{ij} – матриця вартості перевезення одиниці вантажу, a_i – запаси і b_j – потреби вантажу. Спланувати перевезення так, щоб транспортні витрати були мінімальними.

$$1. \quad c_{ij} = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 7 & 3 \\ 8 & 6 & 9 & 10 \\ 12 & 4 & 5 & 11 \end{pmatrix},$$

$$a_i = (310; 280; 250),$$

$$b_j = (250; 189; 220; 260).$$

$$2. \quad c_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 9 & 8 & 5 \\ 6 & 7 & 11 & 4 \\ 3 & 4 & 6 & 8 \end{pmatrix},$$

$$a_i = (320; 220; 250),$$

$$b_j = (300; 300; 240; 280).$$

$$3. \quad c_{ij} = \begin{pmatrix} 14 & 10 & 11 & 13 \\ 8 & 12 & 7 & 9 \\ 5 & 4 & 6 & 11 \end{pmatrix},$$

$$a_i = (290; 190; 210),$$

$$b_j = (200; 220; 210; 180).$$

$$4. \quad c_{ij} = \begin{pmatrix} 11 & 10 & 12 & 6 \\ 7 & 9 & 10 & 8 \\ 5 & 13 & 14 & 15 \end{pmatrix},$$

$$a_i = (310; 230; 300),$$

$$b_j = (260; 340; 220; 270).$$

$$5. \quad c_{ij} = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 4 & 9 \\ 4 & 5 & 8 & 3 \\ 7 & 6 & 4 & 10 \end{pmatrix},$$

$$a_i = (220; 160; 240),$$

$$b_j = (160; 180; 190; 170).$$

$$6. \quad c_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 & 2 \\ 3 & 6 & 3 & 7 \\ 8 & 2 & 5 & 9 \end{pmatrix},$$

$$a_i = (260; 180; 200),$$

$$b_j = (180; 160; 210; 180).$$

$$7. \quad c_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 5 & 4 & 6 \\ 3 & 2 & 7 & 8 \\ 6 & 8 & 3 & 5 \end{pmatrix},$$

$$a_i = (240; 160; 210),$$

$$b_j = (195; 175; 200; 180).$$

$$8. \quad c_{ij} = \begin{pmatrix} 8 & 4 & 2 & 2 \\ 7 & 5 & 9 & 6 \\ 3 & 6 & 6 & 10 \end{pmatrix},$$

$$a_i = (250; 180; 200),$$

$$b_j = (220; 180; 165; 195).$$

$$9. \quad c_{ij} = \begin{pmatrix} 11 & 8 & 7 & 9 \\ 6 & 4 & 2 & 6 \\ 7 & 5 & 10 & 8 \end{pmatrix},$$

$$a_i = (260; 220; 180),$$

$$b_j = (190; 210; 185; 140).$$

$$10. \quad c_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 7 & 4 & 2 \\ 6 & 3 & 8 & 4 \\ 5 & 9 & 11 & 6 \end{pmatrix},$$

$$\begin{aligned}
& a_i = (230; 210; 160), \\
& b_j = (160; 190; 200; 170). \\
11. \ c_{ij} &= \begin{pmatrix} 5 & 4 & 8 & 3 \\ 6 & 10 & 2 & 11 \\ 7 & 5 & 4 & 15 \end{pmatrix}, \\
& a_i = (400; 200; 300), \\
& b_j = (350; 300; 450; 310). \\
12. \ c_{ij} &= \begin{pmatrix} 11 & 9 & 10 & 12 \\ 6 & 10 & 6 & 8 \\ 4 & 3 & 5 & 9 \end{pmatrix}, \\
& a_i = (230; 180; 200), \\
& b_j = (190; 220; 200; 210). \\
13. \ c_{ij} &= \begin{pmatrix} 13 & 11 & 10 & 9 \\ 8 & 12 & 9 & 5 \\ 6 & 7 & 3 & 14 \end{pmatrix}, \\
& a_i = (300; 200; 270), \\
& b_j = (280; 310; 250; 200). \\
14. \ c_{ij} &= \begin{pmatrix} 15 & 13 & 11 & 9 \\ 12 & 10 & 8 & 7 \\ 6 & 9 & 12 & 10 \end{pmatrix}, \\
& a_i = (340; 250; 300), \\
& b_j = (250; 300; 310; 260). \\
15. \ c_{ij} &= \begin{pmatrix} 10 & 7 & 13 & 10 \\ 11 & 8 & 9 & 7 \\ 6 & 7 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \\
& a_i = (280; 300; 290), \\
& b_j = (340; 270; 260; 200). \\
16. \ c_{ij} &= \begin{pmatrix} 5 & 6 & 9 & 10 \\ 10 & 7 & 6 & 3 \\ 1 & 2 & 4 & 12 \end{pmatrix}, \\
& a_i = (300; 220; 250), \\
& b_j = (280; 320; 260; 310). \\
17. \ c_{ij} &= \begin{pmatrix} 15 & 13 & 9 & 7 \\ 9 & 15 & 13 & 18 \\ 16 & 14 & 17 & 10 \end{pmatrix}, \\
& a_i = (400; 300; 350), \\
& b_j = (450; 400; 250; 200). \\
18. \ c_{ij} &= \begin{pmatrix} 10 & 11 & 12 & 9 \\ 7 & 6 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 9 & 12 \end{pmatrix}, \\
& a_i = (300; 200; 400), \\
& b_j = (400; 380; 220; 280). \\
19. \ c_{ij} &= \begin{pmatrix} 7 & 10 & 14 & 11 \\ 11 & 14 & 12 & 15 \\ 12 & 8 & 9 & 7 \end{pmatrix}, \\
& a_i = (580; 300; 200), \\
& b_j = (350; 280; 310; 260). \\
20. \ c_{ij} &= \begin{pmatrix} 5 & 6 & 4 & 10 \\ 8 & 7 & 6 & 3 \\ 11 & 10 & 9 & 12 \end{pmatrix}, \\
& a_i = (280; 260; 240), \\
& b_j = (380; 250; 210; 200).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
21. \ c_{ij} &= \begin{pmatrix} 16 & 14 & 13 & 11 \\ 8 & 11 & 14 & 9 \\ 12 & 16 & 11 & 17 \end{pmatrix}, \\
& a_i = (310; 260; 380), \\
& b_j = (230; 270; 350; 250). \\
22. \ c_{ij} &= \begin{pmatrix} 10 & 9 & 11 & 5 \\ 6 & 8 & 9 & 7 \\ 4 & 12 & 13 & 14 \end{pmatrix}, \\
& a_i = (350; 230; 300), \\
& b_j = (300; 280; 200; 260). \\
23. \ c_{ij} &= \begin{pmatrix} 6 & 11 & 7 & 14 \\ 13 & 9 & 10 & 15 \\ 12 & 10 & 11 & 8 \end{pmatrix}, \\
& a_i = (400; 250; 260), \\
& b_j = (270; 320; 270; 230). \\
24. \ c_{ij} &= \begin{pmatrix} 5 & 4 & 8 & 6 \\ 11 & 9 & 3 & 12 \\ 7 & 10 & 5 & 8 \end{pmatrix}, \\
& a_i = (400; 300; 200), \\
& b_j = (350; 400; 250; 180). \\
25. \ c_{ij} &= \begin{pmatrix} 9 & 11 & 16 & 15 \\ 5 & 7 & 13 & 10 \\ 4 & 17 & 12 & 14 \end{pmatrix}, \\
& a_i = (240; 280; 300), \\
& b_j = (190; 200; 250; 250). \\
26. \ c_{ij} &= \begin{pmatrix} 9 & 10 & 5 & 4 \\ 3 & 6 & 11 & 8 \\ 4 & 5 & 7 & 13 \end{pmatrix}, \\
& a_i = (200; 180; 310), \\
& b_j = (180; 240; 170; 180). \\
27. \ c_{ij} &= \begin{pmatrix} 7 & 6 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 4 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 6 \end{pmatrix}, \\
& a_i = (205; 195; 240), \\
& b_j = (175; 225; 230; 170). \\
28. \ c_{ij} &= \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 & 2 \\ 6 & 9 & 4 & 5 \\ 11 & 8 & 10 & 9 \end{pmatrix}, \\
& a_i = (270; 180; 300), \\
& b_j = (260; 280; 300; 240). \\
29. \ c_{ij} &= \begin{pmatrix} 5 & 4 & 6 & 7 \\ 3 & 8 & 9 & 10 \\ 8 & 11 & 7 & 12 \end{pmatrix}, \\
& a_i = (450; 300; 400), \\
& b_j = (240; 300; 295; 245). \\
30. \ c_{ij} &= \begin{pmatrix} 8 & 7 & 11 & 5 \\ 6 & 9 & 10 & 8 \\ 11 & 12 & 7 & 6 \end{pmatrix}, \\
& a_i = (300; 350; 300), \\
& b_j = (200; 220; 210; 230).
\end{aligned}$$

Задача 4

Знайти оптимальний цілочисельний розв'язок методом Гоморрі.

1. $z = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$
 $2x_1 + x_2 \leq 5,$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
2. $z = 4x_1 + 3x_2 - 4 \rightarrow \max$
 $4x_1 + x_2 \leq 10,$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
3. $z = 4x_1 + 2x_2 + 5 \rightarrow \max$
 $2x_1 + 3x_2 \leq 15,$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
4. $z = -2x_1 + 3x_2 + 6 \rightarrow \min$
 $x_1 + 6x_2 \leq 11,$
 $5x_1 + 3x_2 \leq 17,$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
5. $z = 3x_1 + 4x_2 + 8 \rightarrow \max$
 $2x_1 + x_2 \leq 7,$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
6. $z = 4x_1 - x_2 \rightarrow \min$
 $5x_1 + 3x_2 \leq 18,$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
7. $z = 4x_1 + 3x_2 + 4 \rightarrow \max$
 $x_1 + 8x_2 \leq 10,$
 $5x_1 + 4x_2 \leq 18,$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
8. $z = 3x_1 + x_2 + 3 \rightarrow \max$
 $x_1 + 4x_2 \leq 10,$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
9. $z = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$
 $-2x_1 + 3x_2 \leq 4,$
 $3x_1 + x_2 \leq 14,$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
10. $z = -4x_1 - 2x_2 - 7 \rightarrow \max$
 $x_1 + 2x_2 \leq 9,$
 $-3x_1 + 4x_2 \leq 6,$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
11. $z = 4x_1 + 6x_2 + 9 \rightarrow \max$
 $x_1 + 5x_2 \leq 9,$
 $3x_1 + x_2 \leq 10,$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
12. $z = -3x_1 - 2x_2 + 3 \rightarrow \min$
 $5x_1 + 2x_2 \leq 8,$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
13. $z = -2x_1 - 4x_2 + 10 \rightarrow \min$
 $7x_1 + 2x_2 \leq 21,$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
14. $z = 5x_1 + x_2 + 2 \rightarrow \max$
 $-2x_1 + 3x_2 \leq 9,$
 $2x_1 + 3x_2 \leq 11,$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
15. $z = 3x_1 + 2x_2 + 8 \rightarrow \max$
 $-x_1 + 4x_2 \leq 7,$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
16. $z = 2x_1 - x_2 + 6 \rightarrow \min$
 $3x_1 + 6x_2 \leq 11,$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
17. $z = 3x_1 + 5x_2 - 2 \rightarrow \max$
 $-2x_1 - x_2 \geq -9,$
 $x_1 + 2x_2 \leq 13,$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
18. $z = 3x_1 - x_2 + 5 \rightarrow \max$
 $x_1 + 4x_2 \geq -10,$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
19. $z = -3x_1 - 2x_2 + 4 \rightarrow \max$
 $3x_1 + 2x_2 \leq 16,$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
20. $z = 4x_1 + 2x_2 + 3 \rightarrow \max$
 $4x_1 - 5x_2 \leq 11,$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
21. $z = -6x_1 + 3x_2 + 12 \rightarrow \min$
 $x_1 - 4x_2 \leq 6,$
 $2x_1 + 3x_2 \leq 16,$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
22. $z = 3x_1 + 2x_2 + 5 \rightarrow \max$
 $2x_1 + 4x_2 \leq 15,$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
23. $z = -3x_1 - 2x_2 - 4 \rightarrow \min$
 $-x_1 + 6x_2 \leq 8,$
 $2x_1 + x_2 \leq 5,$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
24. $z = -x_1 + 3x_2 + 6 \rightarrow \min$
 $6x_1 + 5x_2 \leq 19,$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
25. $z = 3x_1 + 2x_2 + 15 \rightarrow \max$
 $3x_1 + x_2 \leq 8,$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
26. $z = -4x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$
 $x_1 - 2x_2 \leq 5,$
 $3x_1 + 7x_2 \leq 9,$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
27. $z = 5x_1 + x_2 \rightarrow \max$
 $2x_1 + x_2 \leq 3,$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
28. $z = -x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$
 $-x_1 + 3x_2 \leq 7,$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$

$$29. z = -3x_1 + 3x_2 \rightarrow \min$$

$$-2x_1 + x_2 \leq 5,$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

$$30. z = -6x_1 + 8x_2 - 2 \rightarrow \min$$

$$x_1 + 4x_2 \leq 14,$$

$$3x_1 - x_2 \geq -4,$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

7. Організація і проведення тренінгу

Тренінг – це форма навчального заняття, за якої студент під керівництвом викладача особисто проводить імітаційні експерименти чи досліді, із метою практичного підтвердження окремих теоретичних положень навчальної дисципліни. При цьому студент набуває професійних компетентностей і практичних навичок у роботі з комп'ютерним обладнанням відповідними програмними продуктами.

Під час тренінгу студенти працюють у програмному середовищі MS Excel.

Завдяки великій кількості вбудованих функцій, пакет прикладних програм MS Excel надає користувачеві можливість виконувати розв'язання оптимізаційних задач з дисципліни «Методи дослідження операцій». У складі пакета також є потужні засоби для побудови графіків функцій. Програмне середовище MS Excel, призначене для роботи з електронними таблицями, надає широкі можливості щодо здійснення економіко-статистичних розрахунків, графічної ілюстрації результатів досліджень. Пакет прикладних програм MS Excel є найпоширенішим серед пакетів прикладних програм.

Завдання полягає у розв'язанні відповідних оптимізаційних задач засобами вбудованих функцій та Надбудови Пошук рішення MS Excel.

За результатами виконання завдань на тренінгах студент оформлює індивідуальний звіт і захищає його перед викладачем.

8. Методи навчання

У навчальному процесі застосовуються: лекції, практичні та індивідуальні заняття, консультації, самостійна робота, метод опитування, виконання самостійної роботи студентів, підготовка і презентація тренінгу.

9. Засоби оцінювання та методи демонстрування результатів навчання

У процесі вивчення дисципліни “Дослідження операцій” використовуються наступні засоби оцінювання та методи демонстрування результатів навчання:

- поточне тестування та опитування;
- залікове модульне тестування та опитування;
- розрахункові роботи;
- контрольна робота;
- оцінювання виконання самостійної роботи.
- іспит.

10. Критерії, форми поточного та підсумкового контролю

Підсумковий бал (за 100-бальною шкалою) з дисципліни Дослідження операцій визначається як середньозважена величина, в залежності від питомої ваги кожної

складової залікового кредиту:

Модуль 1		Модуль 2		Модуль 3	Модуль 4	Модуль 5
10%	10%	10%	10%	5%	15%	40%
Поточне оцінювання	Модульний контроль 1	Поточне оцінювання	Модульний контроль 2	Тренінг	Самостійна робота	Екзамен
Середнє арифметичне від отриманих оцінок під час практичних занять по темах 1-6 не рідше одного разу на 2 практичні заняття	Контрольна робота (теми 1-6)	Середнє арифметичне від отриманих оцінок під час практичних занять по темах 7-11 не рідше одного разу на 2 практичні заняття	Контрольна робота (теми 7-11)	Середнє арифметичне з оцінок, отриманих за виконання задач на оптимізацію засобами MS EXCEL	Середнє арифметичне з оцінок за виконання практичних розрахункових завдань, які охоплюють теми навчальної дисципліни	1. Відповідь на два теоретичних запитання, кожне з яких = 20 балів, а у підсумку = 40 балів. 2. Практичне завдання = 60 балів

Шкала оцінювання:

За шкалою Університету	За національною шкалою	За шкалою ECTS
90-100	Відмінно	A (відмінно)
85-89	Добре	B (дуже добре)
75-84		C (добре)
65-74	Задовільно	D (задовільно)
60-64		E (достатньо)
35-59	Незадовільно	FX (незадовільно з можливістю повторного складання)
1-34		F (незадовільно з обов'язковим повторним курсом)

11. Інструменти, обладнання та програмне забезпечення, використання яких передбачає навчальна дисципліна

№	Найменування	Номер теми

1.	Середовище <i>MICROSOFT EXCEL</i>	1-11
2.	Пакет прикладних програм <i>MATLAB</i>	1-11
3.	Мультимедійне забезпечення викладання лекцій (проектор; <i>on-line</i> платформи: <i>ZOOM</i>)	1-11
4.	Система дистанційного навчання ЗУНУ <i>moodle.wunu.edu.ua</i>	1-11

РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ

1. Лавров Є.А., Перхун Л.П., Шендрик В.В. Математичні методи дослідження операцій : підручник. Суми : Сумський державний університет, 2017. 212 с.
2. Яровий А.А., Ваховська Л.М., Крилик Л.В. Математичні методи дослідження операцій. Лінійне програмування. Частина 1 : навчальний посібник / А. А. Яровий, Л. М. Ваховська, Л.В. Крилик. – Вінниця : ВНТУ, 2020. – 86 с.
3. Бех О. В. Математичне програмування : навч. посіб. / О. В. Бех, Т. А. Городня, А. Ф. Щербак. – Львів : Магнолія-2006, 2014. – 200 с.
4. Вітлінський В. В. Математичне програмування : навч.-метод. посіб. для сам. вивчення дисципліни / В. В. Вітлінський, С. І. Наконечний, Т. О. Терещенко. – Київ : КНЕУ, 2001. – 248 с.
5. Дзюбан І. Ю. Методи дослідження операцій / І. Ю. Дзюбан, О. Л. Жиров, О. Г. Охріменко. – Київ : ІВЦ «Видавництво «Політехніка », 2005. – 108 с.
6. Дослідження операцій в економіці : підручник / за ред. І. К. Федоренко, О. І. Черняка. – Київ : Знання, 2007. – 558 с. – (Вища освіта ХХІ століття).
7. Зайченко Ю. П. Дослідження операцій. Підручник / Ю. П. Зайченко. – 7-ме вид., переробл. та допов. – Київ : Видавничий дім «Слово», 2006. – 816 с.
8. Нефьодов Ю. М. Методи оптимізації в прикладах і задачах : навчальний посібник / Ю. М. Нефьодов, Т. Ю. Балицька. – Київ : Кондор, 2011. – 324 с.
9. Віртуальна лабораторія математичного моделювання [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.mathmod.narod.ru>.
10. Електронні підручники з математичного програмування [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.is.svitonline.com/vcg/maternal.html#mathprog>.